ESKİŞEHİR
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

BİLECİK
ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

DİFERANSİYEL DENKLEMLER SINIFI MİKROKÜLTÜRÜNDEKİ SOSYOMATEMATİKSEL NORMLARIN İNCELENMESİ

NESRİN KUDUBAN
Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

BİLECİK, 2019
Ref. No.: 10290817

ESKİŞEHİR
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

BİLECİK
ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

DİFERANSİYEL DENKLEMLER SINIFI MİKROKÜLTÜRÜNDEKİ SOSYOMATEMATİKSEL NORMLARIN İNCELENMESİ

Nesrin KUDUBAN
Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

BİLECİK, 2019

ESKİŞEHİR
ANADOLU UNİVERSITY

BİLECİK
SEYH EDEBALI UNİVERSITY

Graduate School of Sciences
Department of Mathematics

EXAMINING SOCIOMATHEMATICAL NORMS IN DIFFERANTIAL EQUATIONS CLASSROOM MICROCULTURE

Nesrin KUDUBAN
Master's Thesis

Thesis Advisor
Asst. Prof. Dr. Figen UYSAL

BİLECİK, 2019

BİLECİK ŞEYH EDEBALİ
ÜNİVERSİTESİ

BİLECİK ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS
JÜRİ ONAY FORMU

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun 24/07/2019 tarih ve 40/07 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 09/08/2019 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Nesrin KUDUBAN 'ın "DİFERANSİYEL DENKLEMLER SINIFI MİKROKÜLTÜRÜNDEKİ SOSYOMATEMATİKSEL NORMLARIN İNCELENMESİ" başlıklı tez çalışması Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(TEZ DANIŞMANI) : Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

ÜYE: Doç. Dr. Devrim Üzel (Jüri Başkanı)

ÜYE: Dr. Öğr. Üyesi Derya Çelik

ONAY

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun ..../..../....... tarih ve ..../........... sayılı kararı.

İMZA/ MÜHÜR

TEŞEKKÜR

Tez çalışması başlangıcı olan konu seçimi, yayın hazırlığı ve tez yazımının süreci, araştırma yöntemi ve benzeri tüm aşamalarda değerli bilgilerini benimle paylaşan, kendisine ne zaman danışsam bana zamanını ayıran, kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile yol gösterici ve destek olan değerli hocam ve danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL'a sonsuz teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Yüksek Lisans eğitimim sırasında aldığım derslerde yardımcı olan tüm değerli bölüm hocalarıma, tez çalışmaları sırasında değerli görüşlerini paylaşan tüm öğretim üyelerine teşekkür ederim.

İyi bir eğitim alabilmem için her türlü fedakârlığı yapmış olan anneme, babama sonsuz minnet ve şükranlarımı sunarım.

Son olarak çalışmalarım sırasında her zaman beni destekleyen Berna FİDAN'a ve Şükran ALBAYRAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Saygılarımla

BEYANNAME

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında, tez içindeki tüm verileri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun olarak sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

…../…./ 2019

Nesrin KUDUBAN

DİFERANSİYEL DENKLEMLER SINIFI MİKROKÜLTÜRÜNDEKİ SOSYOMATEMATİKSEL NORMLARIN İNCELENMESİ

ÖZET

Güncel matematik eğitimi alan yazınında matematik yapma ve bilmenin, özünde sosyal ve kültürel bir etkinlik olduğu görüşünün önem kazandığı görülmektedir (Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain ve Whitnack, 1997; Cobb ve Bauersfeld, 1995; Mottier Lopez ve Allal, 2007). Buna göre öğrencilerin matematiksel gelişimi açıklanırken sosyal ve kültürel süreçler önem kazanmakta, böylece bilgi, sınıf üyeleri (öğretmen ve öğrenciler) arasındaki etkileşimler ve gerçekleştirilen etkinliklere bu üyeler tarafından yüklenen anlamın müzakere edilmesi sürecinde yapılandırılmaktadır (Uçar, 2016). Bu bağlamda sınıf ortamlarının incelenmesi önem kazanmaktadır. Çünkü her sınıfın kendi mikrokültürü ve bu mikrokültüre ait kendi normları vardır. Sınıfta her türlü aktiviteyi ve tartışmayı karakterize eden bu normlardır. Bu çalışma kapsamında yüksek öğretim matematiğinde, özellikle uygulamalı bilimler için önemli konulardan biri olan adi diferansiyel denklemlerin öğretildiği sınıf ortamının sosyomatematiksel normları ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu amaçla bir devlet üniversitesinin matematik bölümünde bahar yarıyılında yürütülmekte olan adi diferansiyel denklemler dersi beş hafta boyunca gözlemlenmiştir. Bu sınıfa ait sosyomatematiksel normlar belirlenirken Sfard (2008) ve Cobb ve Yackel (1996b)'in teorik çerçeveleri kullanılmıştır. Gözlemlenen normlardan bazıları şu şekilde ifade edilebilir:

- Adi diferansiyel denklemler dersi <<öğretmen başlatır, öğrenci cevap verir, öğretmen değerlendirir>> yöntemi ile yürütülür
- Bir veya iki örnek sunmak, matematiksel soyutlama için yeterli olarak kabul edilir.
- Teorem ya da problemlerin genel durumlarından önce özel durumları içeren örnekler incelenmelidir.

Anahtar Kelimeler: Diferansiyel Denklemler; Sosyomatematiksel Normlar

EXAMİNİNG SOCİOMATHEMATİCAL NORMS İN DİFFERANTİAL EQOATİONS CLASSROOM MİCROCULTURE

ABSTRACT

In the current literature of mathematics education, it is seen that the idea of doing and knowing mathematics is essentially a social and cultural activity. Accordingly, social and cultural processes gain importance when explaining the mathematical development of students, so that information is structured in the process of negotiating the interactions between class members (teachers and students) and the meaning attributed to these activities by the members. In this context, it is important to examine classroom environments. Because each class has its own microculture and its own norms. These are the norms that characterize all kinds of activities and discussions in the classroom. In this study, sociomatematic norms of classroom environment in which ordinary differential equations, which is one of the most important subjects for applied sciences, are taught in higher education mathematics. For this purpose, ordinary differential equations course which was carried out in the mathematics department of a state university in the spring semester was observed for eight weeks. Sfard (2008), Cobb and Yackel (1996b)'s theoretical frameworks were used to determine the sociomatematic norms of this class. Some of the observed norms can be expressed as: 1. Ordinary differential equations course is conducted by << teacher starts, student answers, teacher evaluates, 2. Presenting one or two examples is considered sufficient for mathematical abstraction, 3. Examples of special cases should be examined before the general case of the theorem or problems.

Keywords: Differantial Equations, Sociomatematic Norms

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

1.GİRİŞ

Matematik yapmak sadece bireysel bir faaliyet değil aynı zamanda sosyal bir aktivitedir (Bowers, Cobb & McClain, 1999). Matematik dersliklerinde oldukça karmaşık insan etkileşimleri ortaya çıkar. Ayrıca, matematik öğretme ve öğrenme süreci bir tür kolektif ve etkileşimli ilişkiyi içerir (Bauersfeld, 1980). Genel olarak sınıf kültürünü ve özellikle matematik kültürünü genel olarak analiz ederek matematiğin sosyolojik bir bakış açısıyla nasıl öğrenildiğini ve öğretildiğini araştıran bilim adamları, sınıf mikro kültürü ve matematiksel sınıf gelenekleri gibi bazı kavramlardan yararlanmıştır (Cobb, 1999; Cobb, Stephan, McClain & Gravemeijer, 2001; Cobb, Wood, Yackel ve McNeal, 1992).

Güncel matematik eğitimi alan yazınında matematik yapma ve bilmenin, özünde sosyal ve kültürel bir etkinlik olduğu görüşünün önem kazandığı görülmektedir (Cobb, Stephan, Mcclain & Gravemeijer, 2011). Buna göre öğrencilerin matematiksel gelişimi açıklanırken sosyal ve kültürel süreçler önem kazanmakta, böylece bilgi, sınıf üyeleri (öğretmen ve öğrenciler) arasındaki etkileşimler ve gerçekleştirilen etkinliklere bu üyeler tarafından yüklenen anlamın müzakere edilmesi sürecinde yapılandırılmaktadır (Lopez& Allal, 2007). Bu bağlamda sınıf ortamlarının incelenmesi önem kazanmaktadır. Çünkü her sınıfın kendi mikrokültürü ve bu mikrokültüre ait kendi normları vardır. Sınıfta her türlü aktiviteyi ve tartışmayı karakterize eden bu normlardır.

Öğretmen ve öğrenciler tarafından oluşturulan sınıf mikro kültürünün önemli bir unsuru (Cobb, 1999) olan normlar "davranışları belirleyen fikirler; bir grup üyesi tarafından veya öngörülen koşullar altında bir kişi tarafından yapılması beklenenler" (Homans, 1951, s. 123) olarak tanımlanmaktadır. Sosyal normlar, normatif hale gelen bir sınıfın sosyal etkileşim yönlerini ifade eder. Bu normlar, herhangi bir alanda uygulanabilecek ortak normlardır. Örneğin, çözümleri açıklamak ve doğrulamak, anlaşmayı tanımlamak ve belirtmek, başkalarının açıklamalarını anlamayı denemek, fikirlerle ilgili anlaşmazlıklarını ifade etmek ve benzeri, tüm sınıfın katıldığı tartışmalar için sosyal normlardır (Güven & Dede, 2016).

Sosyomatematiksel normlar ise matematik içerikli sınıf ortamlarının bir öğesidir ve bu ortamda matematiksel tartışma kurallarını belirler (Yackel & Cobb, 1996). Bu normlara örnek olarak hangi durumların matematiksel olarak farklı bir çözüm olduğu, hangi durumların daha incelikli bir çözüm olduğu veya hangi durumların daha hızlı bir çözüm olduğu verilebilir (Yackel, 2002). Diğer bir deyişle, genel olarak farklı bir çözüm önermek bir sosyal norm olarak nitelendirilebilir. Ancak matematiksel açıdan farklılık içeren bir çözüm önermek sosyomatematiksel normlar sınıfına girer (Yackel, Rasmussen & King, 2000).

Bununla birlikte diferansiyel denklemler günlük hayatta karşılaşılan birçok problemi içerdiğinden dolayı yükseköğretim derslerinde önem arz etmektedir. Bundan dolayı Türkiye'de yükseköğretim matematiğinde olan bu önemli ders öğrencilerin yaşadığı büyük zorluklardan biridir. Bu zorluktan dolayı alanın öğretiminde çeşitli alternatif yaklaşımlar değerlendirilmiştir. Diferansiyel denklemlerin öğrenimi ve öğretimi sürecinde karşılaşılan zorluklar dört başlık altında sunulmuştur. Bunlar; kavramsal anlama yerine işlem anlama, muhakeme zorluğu, kavram yanılgısı ve temsiller arası geçiş zorluğudur. Özellikle cebir temelli rutin hesap uygulamaları yerine diferansiyel denklemlerin nümerik ve geometrik anlamlarını açığa çıkaran sorgulayıcı ve teknoloji destekli yeni eğilimler ortaya çıkmaktadır (Sevimli, 2016). Bir matematik konusu olarak diferansiyel denklemler kavram olarak karmaşıktır ve matematiğin analiz, lineer cebir gibi diğer temel alanları ile yakından ilişkilidir. Bu da konunun öğretimi ve öğreniminin güçlüklerini beraberinde getirmektedir. Bu güçlüklerin ortaya konması için diferansiyel denklemler sınıf mikrokültüründe sosyomatematiksel normların incelenmesi önemli bir yaklaşım olarak görülebilir. Buradan hareketle bu tez çalışmasında, yükseköğretim matematiğinde özellikle uygulamalı bilimler için önemli konulardan biri olan diferansiyel denklemlerin öğretildiği sınıf ortamının sosyomatematiksel normları ortaya konmaya çalışılmıştır.

1.1. Çalışmanın Amacı

En gelenekselden en reformcuya kadar, genel olarak her sınıfın kendi sosyal normları, özellikle de her matematik sınıfının kendi sosyal ve sosyomatematiksel normları vardır. Bir matematik sınıfını diğerinden farklı kılan, bu normların varlığı veya yokluğunun değil, normlarının niteliğidir (Yackel vd., 2000). Buna ek olarak normlar, öğretmenler ve öğrenciler tarafından sınıf etkinlikleri sırasında ortaya çıktığından, normların niteliği genel olarak bireysel veya toplu öğretim faaliyetlerinin dolayısıyla matematiksel etkinliklerin de niteliğini etkilemektedir. Bu nedenle, normların niteliği sınıf içi mikro kültürü etkili öğrenmeye uygun hale getirmek için önem kazanmaktadır (Uçar, 2016).

Öte yandan norm oluşmasında öğretmenler en etkili konumda olan kişilerdir ve öğretmenler normların öğretme ve öğrenme üzerindeki etkisini, öğrenmede anlama yeteneklerini ve sınıfta norm oluşturmada etki yaratan ilk adımdır (Uçar, 2016). Öğretmenlerin deneyimleme ve anlamadıkları bir davranış veya olay içinde ilişki kurmasını, geliştirmesini beklemek gerçekçi olmaz. Öğretmenler mesleki bilgi ve deneyimlerini öğrenme ortamlarına getirerek yapılandırırlar. Öğretmen adaylarının mesleğe başlayana kadar edindiği ve içselleştirdiği normlar kalıcıdır (Uçar, 2016). Böylece, öğretmen eğitiminde üreterek normlar oluşturmayı bir yatırım olarak görür ve ilk yıllarda yapılan bu norm yatırımı ilerleyen yıllarda daha fazla öğrenmeyi destekleyebilir. Buna göre, öğretmen adaylarının sınıflarında oluşturulan ve sürdürülen normlar ve mikrokültürler mesleklerinde üretken sınıf mikrokültürleri kurma girişimleri için önem kazanmaktadır.

Öğretmen, normlar çerçevesinde öğretme ve öğrenme kalitesine dair içgörü sağlar. Öğretmenin normları oluşturma ve sürdürmedeki merkezi rolü göz önüne alındığında sınırlı sayıda araştırma öğretmen eğitiminde bu yönlere odaklanmıştır (Bishop, 1985; Cobb vd., 2001). Sınıf etkileşiminde bulunan öğretmenler için mevcut durumu belirtmek bu tür araştırmaların asıl konusunu oluşturmaktadır. Normları müzakere etmek amacıyla bir sınıfta olmak, doğal olarak kendilerinde ve gözlemlenen mikro kültürlerde değişikliklere neden olabilir (Partanen & Kaasıla, 2015).

Ek olarak, bir kimse öğretmenlerin katıldığı pedagojik toplulukları analiz etmeden gelişim sürecini yeterince açıklayamaz (Cobb & McClain, 2001). Bir matematik dersinde bireysel ve toplu matematiksel öğrenmeyi analiz etmek için yorumlayıcı bir çerçeve kullanarak, Cobb ve ark. (2001) sınıf mikrokültürünü sosyal açıdan analiz etmek için sosyal ve sosyomatematiksel normları göz önüne almıştır.

Sosyomatematiksel normlar öğrenme ve öğretme üzerinde birebir etkili olmakla birlikte sınıf mikrokültüründe oluşan karşılıklı etkileşimler öğrenci-öğrenci, öğretmen-öğrenci etkileşimleri öğrencinin öğrenmesinde etkilidir. Diferansiyel denklemler dersi geniş bir çalışma alanına sahip olduğu için ve zengin bir konu alanına sahip olduğundan dolayı seçilmiştir. Daha önce literatüre baktığımızda diferansiyel denklemler dersini inceleyen çok sınırlı sayıda çalışma vardır. Buna ek olarak ülkemizde bu alanda hiç çalışılmamıştır. Dolayısıyla bu tez çalışmasının amacı bir diferansiyel denklemler sınıfında gözlemlenen sosyomatematiksel normları ortaya çıkartmaktır.

1.2 Çalışmanın Önemi

Uygulamalı bilimler ile birlikte uygulamalı matematiğin temel konularından biri de adi diferansiyel denklemlerdir. Adi diferansiyel denklemler hem zengin bir içeriğe sahiptir hem de türev, teğet, çözüm uzayı, denklem sistemleri gibi analiz ve geometrinin birçok kavramını da kullanmaktadır. Bunun sonucu olarak adi diferansiyel denklemlerin hem öğrenilmesi hem de öğretilmesi konuları önem kazanmakla birlikte zorlukları da beraberinde getirmektedir. Dolayısıyla adi diferansiyel denklemlerin öğretildiği sınıfların sınıf mikrokültürünün incelenmesi öğretimin niteliği ve öğrenmede yaşanan zorlukların ortaya konması bakımından önemli görülebilir. Bu bağlamda bir adi diferansiyel denklemler dersi sınıfının sosyomatematiksel normlarını incelemeyi amaçlayan bu tez çalışması ile bu konuya bir katkı sağlanacağı düşünülmektedir. Ayrıca ülkemizde lisans düzeyi matematik eğitiminde sınırlı sayıda çalışmanın var olduğu göz önüne alındığında mevcut tez çalışmasının bu alana da katkı sağlayacağı söylenebilir.

1.3 Problem Durumu

Bu çalışmanın amacı yükseköğretimde özellikle uygulamalı bilimler için önemli bir matematik konusu olan adi diferansiyel denklemlerin öğretildiği sınıf ortamının sosyomatematiksel normlarını belirlemektir. Buna bağlı olarak araştırmanın problemleri aşağıda verilmektedir:

1. Bir adi diferansiyel denklemler dersinde ortaya çıkan sosyomatematiksel normlar nelerdir?

1.4 Sınırlılıklar

1. Bu araştırma, adi diferansiyel denklemler konusu ile sınırlıdır.

2. Bu araştırma için ülkemizdeki bir devlet üniversitesi seçilip çalışılmıştır.

3. Seçilen bu üniversitenin fen-edebiyat fakültesi 2.sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır.

4. Çalışmanın verileri beş hafta boyunca araştırmacılar tarafından tutulan gözlem formu ile sınırlıdır.

5. Bu çalışma sadece gözlemlenen diferansiyel denklemler sınıfıyla sınırlıdır.

1.5 Sosyomatematiksel Normlar

1.5.1 Sınıf mikrokültürünün incelenmesi için yorumlayıcı çerçevenin tarihsel gelişimi

Sosyomatematiksel normlar Paul Cobb liderliğinde ortaya atılan teorik durumun geliştirilmesiyle matematik eğitimine kazandırılmıştır. Paul Cobb yaptığı 15 yıllık değişik araştırmalar dayanarak sosyomatematiksel normlar tanımını yaparak ortaya atmıştır. Yackel, Gravemeijer ve Sfard'a (2011) göre, Cobb yaptığı araştırmalarda uygulamalardaki değişim yaşandığı sürede öğrencilerin katılımına olan etkisine odaklanmaktadır. Cobb doktora öğrenimi sırasında öğrencileri aktif matematik muhakeme oluşturucusu olduğu gibi matematiksel öğrenmeyi de bireysel yapılandırma süreci olarak ele almıştır. Cobb doktora sonrasında yapılandırmacı yaklaşımla yaptığı çalışmalarda öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin problemlerin sunum biçiminden etkilendiğini fark etmiştir (Cobb, 1986).

Cobb ve Yackel, öğretmen-öğrenci ya da öğrenci-öğrenci sosyal iletişimlerinin bilişsel gelişimde önemli bir etken olarak rol aldığını değerlendirmişlerdir (Uçar, 2016). Bu varsayımdan yola çıkarak öğrenme etkinlikleri, öğrencilerin ikişerli olarak problemler üzerinde çalıştıktan sonra problemlerin yorumları ve çözümleri üzerine sınıf tartışması biçiminde düzenlenmiştir (Uçar, 2016). Bu sınıf tartışması içinde öğretmenin öğrencilerden çözümlerini yorumlama ve tartışmaya yönelik beklentilerinin, öğrencilerin önceki sınıf tartışmalarından edindikleri deneyimlerinden farklı olması nedeniyle, öğretmenin daha ileride detaylı bir şekilde açıklanacak olan sınıf içi sosyal normlarını yeniden müzakere etme girişiminde bulunduğunu gözlemlemişlerdir (Wood, Yackel & Cobb, 1988; Cobb, Yackel ve Wood, 1989; Uçar, 2016). Cobb ve arkadaşları sınıf tartışması sonucu meydana gelen sosyal normların muhakeme sürecini açıklamak için matematik eğitiminin dışından farklı yaklaşımları kullanmışlardır. Bauersfelds (1980) ve Voigt (1985) matematik eğitimcilerinin benimsedikleri yaklaşımları kullanmışlardır. Bauersfelds' e (1980) göre sınıfta oluşan sosyal iletişim yalnız matematiksel öğrenmeyi değil öğrencilerin oluşturduğu tartışma konularını da etkiler.

Cobb' un önemli gelişimlerinden biri de 1990 yılında matematiksel öğrenme için sosyal ve bilişsel kavramları kaynaştırabilmek için Heinrich Buaersfeld, Gotz Krummheuer ve Jorg Voigt ile 3 yıllık bir anlaşma başlatmasıdır. Cobb, Yackel ve Wood matematiksel öğrenmeyi bilişsel ve bireysel bir süreç olarak araştırırken Bauersfeld, Krummheuer ve Voigt sosyal süreç olarak incelemişlerdir. Bu 3 yıllık anlaşma sonucunda Cobb ve ekibi matematik sınıfı hakkın da henüz olgunlaşmamış sosyal bakış açılarını derinleştirme ve geliştirme fırsatı bulmuşlarıdır (Yackel ve Cobb, 1996; Uçar, 2016). Yapılan bu araştırmada Cobb ve arkadaşları matematik sınıfında yaptıkları araştırmanın ilk fikri olarak sosyomatematiksel normlar kavramı ortaya atılmıştır. Cobb yapılan bu analizde sınıfta hangi söylemlerin matematiksel açıklama olarak onaylanabildiği hakkındaki normlara ağırlık vermiştir. Bu yoğunlaşma sonuncunda hangi cevapların

i. Farklı ve
ii. Değişik, gelişmiş bir matematiksel cevap

olduğuna dayanan iki yeni norm daha ortaya atılmıştır. Bu tanımlamadan sonra kavramların matematiksel bir etkinliğe ait olduğundan dolayı sosyal normdan farklı bir norm çeşidi olduğuna karar verilmiştir. Yackel ve Cobb (1996) bu norm türlerinin öğrenciler ve öğretmen tarafından birlikte oluşturulduğunu ve matematiğe özgü olduğunu belirtmek için sosyomatematiksel normlar olarak adlandırmıştır (Uçar, 2016). Cobb ve ekibinin matematik sınıfı üzerindeki sosyal bakış açılarını derinleştirmelerindeki son adım ise sınıfın matematiksel uygulaması (classroom mathematical practice) fikrinin geliştirilmesi olmuştur (Uçar, 2016). Oluşan bu bakış açısını ise “ gelişmekte olan bakış açısı” (emergent perspective) olarak adlandırılmıştır (Uçar, 2016). Bunun sebebi ise regular bir sınıf ortamında oluşan sosyal ve sınıf mikrokültürü öğretmen ve öğrenci iletişimi ile birlikte oluşmakta ve sürekli yenilenmektedir. Cobb ve Yackel başlangıçta öğrencilerin matematiksel düşüncelerini de sosyal norm olarak adlandırmıştır. Ancak zamanla bu sınıfta oluşan sosyomatematiksel norm ve matematik kavramlarını incelemiş ve sınıfın mikrokültürü bilişsel veya sosyal açıdan incelenebileceği sonucuna varılmıştır. Bu yorumlar “gelişmekte olan bakış açısının” odağını oluşturmuştur.

Özetle, Paul Cobb benimsediği gelişmekte olan bakış açısı ile birlikte, daha önce matematiksel öğrenmeyi sadece aktif bireysel, yapılandırma süreci olarak görmesinin aksine, hem aktif bireysel yapılandırma hem de kültürleşme süreci olarak görmeye başlamıştır (Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain & Whitenack, 1997).

1.5.2 Sınıf mikrokültürü

Kültür bir toplumun üyesi olarak bireyin kazandığı bilgi, inanç, gelenek, tutum, sanat ve diğer alışkanlıklar bütünüdür (Uçar, 2016). Bir toplumdaki farklı sosyal topluluğun (cinsiyet, yaş, vb.) birlikte yaşayarak öğrendiği ve paylaşımda bulunduğu yerel kültüre mikrokültür diyebiliriz. Bütün sınıflar oluşturduğu sosyal ortamda kendine has kültürünü açığa çıkarır. Böylelikle ortaya çıkan bu öğretmen ve öğrenci etkileşimi sonucu kendi sınıf mikrolkültürünün oluşumuna katkıda bulunurlar. Bu bakış açısına göre, öğrencilerin matematiksel etkinlikleri tamamen sosyaldir ve bu etkinlikler, içinde gerçekleştiği sosyal ve kültürel bağlamdan koparıldığı zaman yeterince anlaşılmaz (Cobb, Jawaroski & Presmeg, 1996). Sosyal ve kültürel etkileşimler ile öğrenme birbirini tamamlayan iç içe tanımlardır ve tanımla eşit olarak ayrılmakla birlikte öğrenme, sosyal ve kültürel süreçten üstündür açıklaması yapılamaz. Bundan dolayı öğrenme önemli iki durum içerisinde gerçekleşir:

- Sınıfın birleşerek ortak olarak oluşturduğu inanç, uygulama, kural, materyallerin öğrenciler tarafından kabullenilmesi ve benimsenmesi
- Öğrencilerin oluşturdukları bu sürece katkıda bulunması

Böylece bilgi, öğretmen ve öğrenciler arasındaki iletişimde oluşan etkileşim ve iletişimde bulunurken oluşan etkileşime yüklenen anlamın tartışılması sürecinde yapılandırılır (Uçar, 2016).

Bir sınıf, bir öğrenme topluluğu oluşturmak amacıyla bir araya gelen bireyleri barındıran karmaşık bir ortam olarak tanımlanmaktadır (Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2009). Her topluluk gibi, bir sınıf da sosyal ilişkiler ve kendi mikro kültürü birliğini oluşturur ve geliştirir (Gallego, Cole & The Laboratory of Comparative Human Cognition, 2001; Lopez ve Allal, 2007; Dede & Güven, 2016). Bir matematik sınıfının mikro kültürü, sosyal etkileşimleri ve matematiksel anlamın inşasını içermektedir (Voigt, 1995). Sınıf topluluğunun matematiksel faaliyetlerinden ayrı değildir (Cobb vd., 1992). Özellikleri, öğrencilerin tutumları gibi değiştirilmesi zor olan normlara, kalıplara ve düzenlemelere dayanır (Voigt, 1995). Sosyal ve sosyomatematiksel normlar, bir sınıfın matematiksel uygulamalarıyla birlikte, bireysel ve toplu matematiksel öğrenmenin gerçekleştiği sınıf mikro kültürünü oluşturur (Cobb vd., 2001).

1.5.3. Sosyal ve sosyomatematiksel normlar

Norm, normatif hale gelen ya da bir grup tarafından paylaşıldığı anlaşılan anlamaları ya da yorumları ifade eden sosyolojik bir yapıdır (Yackel, 2001). Dolayısıyla, bir norm bireysel bir kavramdan çok kolektiftir. Cobb vd. (1992), öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimler yoluyla sınıfta ortaya çıkan karşılıklı beklentileri belirlemek için "normlar" terimini kullanmıştır. Yackel & Cobb (1996) ayrıca bu normların sınıfa dışarıdan getirilen önceden belirlenmiş kriterler olmadığını göstermeye çalışmıştır; bunun yerine, bu normatif anlayışlar öğrenciler ve öğretmen tarafından etkileşimleriyle sürekli olarak yenilenir ve değiştirilir. Aslına bakılırsa, normlar kısa vadeli bireysel kavramlar değil tekrarlayan şekilde toplanmış kolektif kavramlar ve bunlar aracılığıyla oluşturulabilecek beklentiler olarak adlandırılabilir. Çalışmalarını, genel sınıf normlarından öğrenci etkinlikleriyle ilgili matematiksel argümanların normatif yönlerine genişleten Cobb ve Yackel (1996a), sosyal ve sosyomatematiksel olarak ayırt edici normları tanımlamışlardır.

Sosyal normlar, normatif hale gelen bir sınıfın sosyal etkileşim yönlerini ifade eder (Yackel, Rasmussen, & King, 2000). Bu normlar, herhangi bir alanda uygulanabilecek ortak normlardır (Cobb & Yackel, 1996b). Sosyal içerikli sınıf ortamlarında öğrenciler bir problemi sorgulama yoluyla çözerler (Akyüz, 2014). Örneğin, çözümleri açıklamak ve doğrulamak, anlaşmayı tanımlamak ve belirtmek, başkalarının açıklamalarını anlamayı denemek, fikirlerle ilgili anlaşmazlıklarını ifade etmek ve benzeri tüm sınıfın katıldığı tartışmalar için sosyal normlardır (Cobb ve Yackel, 1996a).

Öte yandan, sosyomatematiksel normlar matematiksel gerçeklikle ilgili normatif anlayışı ifade eder (Yackel vd., 2000). Sosyomatematiksel normların bireysel bağıntıları öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel düzenlerini oluşturan matematiksel inanç ve değerlerden oluşur. Bu nedenle, öğrencilerin matematiksel etkinliklerine özgü matematiksel tartışmaların normatif yönleri olan sosyomatematiksel normlar kavramı ileri sürülür (Lampert, 1990; Voigt, 1996; Yackel & Cobb, 1996) ve tanımlanabilecekleri sonucuna varılır. Matematiksel açıklamalar, matematiksel fark, matematiksel etkinlik veya matematiksel içgörü olarak kabul edilebilir. Her ne kadar sosyomatematiksel normlar matematiksel faaliyetlerle ilgili olsalar da matematiksel içerikten farklıdırlar. Herhangi bir matematiksel fikirle ilgili olmayan matematiksel etkinliklerin ve söylemlerin değerlendirme kriterleri ile ilgilenirler (Cobb vd., 2001). Sınıflardaki şeyler ile ilgili matematiksel olarak farklı, karmaşık, verimli ve zarif olan normatif anlayışlar sosyomatematiksel normlardır. Ek olarak, matematiksel bir açıklama ve gerekçe olarak kabul edilen veya matematiksel olarak farklı, karmaşık veya etkili bir matematiksel çözüm olarak kabul edilenlerin sosyomatematiksel normlar olduğu kabul edilir (Cobb, 1999; Cobb & Yackel, 1996a, 1996b; Yackel vd., 2000). Ayrıca, sosyomatematiksel normlar, öğrencinin yerine getirmesi gereken yükümlülükler veya düzenlemeler değildir

(Voigt, 1995); sosyal normlar gibi etkileşimler yoluyla kurulurlar (Yackel vd., 2000). Öğrenciler sosyomatematiksel normlar oluşturmaya katıldıkları sürece, sınıf topluluğunun özerk bir üyesi olmalarını sağlayan matematiksel inançlar ve değerler geliştirirler (Bowers vd., 1999; Cobb & Yackel, 1996b). Sosyomatematiksel normlar karar alma yollarını içerir ve sınıf topluluğunun matematik derslerindeki etkinliklerin matematiksel yönleri hakkında konuşmasını ve analiz etmesini sağlar. Örneğin, sosyomatematiksel norm da. matematiksel farklılık sağlamakla birlikte yüksek düzeyde bilişsel aktiviteyi destekler (Cobb & Yackel, 1996b). Bu normlar, matematiğe özgü normatif anlayışı içermesine rağmen, benzerlik, farklılık, karmaşıklık, etkinlik ve matematiksel çözüm kalitesi ile ilgilenerek matematiksel içeriği aşarlar. Buna göre, sosyomatematiksel normların oluşturulması pragmatik olarak önemlidir ve bir sınıfın matematiksel mikro kültürünün temelini oluşturur (Cobb ve Yackel, 1996b).

Farklı sınıflar ve ortamlar için öğretmenin normlar oluşturmasının ve sürdürmesindeki merkezi rolü göz önüne alındığında (Bishop, 1985; Cobb vd., 2001) öğretmen eğitiminde sınırlı araştırma bu yönlere odaklanmıştır. Normları müzakere etmek amacıyla bir sınıfta olmak, doğal olarak kendi aktif sınıf ortamlarında gözlemlenen mikrokültürler de değişikliklere neden olabilir (Partanen & Kaasıla, 2015).

1.5.4 Normların gözlemlenmesi ve belirlenmesi

Hem sosyal hem de sosyomatematiksel normlar, sosyal etkileşim kalıplarındaki düzenlilikler belirlenerek metodolojik olarak tanımlanmaktadır (Cobb ve Yackel, 1996b). Bir sınıfın sosyal normlarına odaklanan analizler, genellikle bir sınıf içindeki katılım yapısının bir tasvirini sağlar (Lampert, 1990). Matematiksel bir aktivitenin dört bileşenini analiz etmek (problemler, çözümler, açıklamalar ve gerekçeler) matematik sınıf mikrokültürünü tanımlamak ve karakterize etmek için deneysel olarak temel bir yol sağlar (Cobb vd., 1992). Kısaca, normları belirlemek için, sınıf katılım süreci yapısını problemler, çözümler, açıklamalar ve sınıf söylemi sırasındaki gerekçeler dışında gözlemleyerek toplumsal etkileşim düzenlerinde örtük ve açık düzenlilikler ortaya konmalıdır.

Sınıf mikrokültüründe söylemleri, davranışları ve düşünceleri normlar olarak düşünmek için, bunların nasıl etkilendiğini ve bireylerin nasıl katıldığı göz önünde bulundurulmalıdır. Bunu yapmak için, söylemlerde açıkça ifade edilen normları aramak vazgeçilmez bir önkoşul değildir (Sánchez ve García, 2014; Sekiguchi, 2005). Öte yandan, bir norm bir öğretmenin açık ifadesiyle de tanımlanabilir. Örneğin, “Bu sınıfta iş birliği içinde çalışıyoruz ve herkes birbirine yardım etmeli” cümlesi, bir sosyal normun açık bir göstergesidir (Gorgorio & Planas, 2005). Yaygın olarak onaylanmış ve yürürlüğe giren meta-kuralların, bir sınıf topluluğunda söylemeyi kolaylaştıran normlar olarak yorumlanabileceğini söyleyen Sfard'a (2008) göre, bir sınıf norm topluluğunun çoğunluğu tarafından çıkarılmalı ve desteklenmelidir. Ayrıca, topluluktaki hemen hemen herkes bunu onaylamak zorundadır (Sfard, 2008).

Bu görüş dikkate alındığında, varsayılmış bir normla uyumsuzluk vakalarına dikkat edilmelidir ve sınıf topluluğunun bu vakaları normlarla ilgili varsayımlar geliştirirken analiz edilmesi gereken kabul edilebilir bulup bulmadığı tespit edilmelidir. Uyuşmazlık durumu kabul edilebilir ise, normlar oluşturma konusundaki varsayım bir kez daha gözden geçirilmelidir; kabul edilemez ise, bu durumda varsayım normu için yeni bir kanıt olarak görülmelidir (Cobb vd., 2001).

1.5.5 Yorumlayıcı çerçeve

Dünyadaki bütün sınıf modellerine bakıldığında hepsinin kendine özgü bir iletişim deseni ve düzeni vardır. En temel anlatımda her sınıfta “Öğretmen bir şeyler öğretir, öğrenciler buna tepki verir ve gelen tepkileri öğretmen değerlendirir” şeklinde oluşan bir iletişim düzeni vardır. Öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimler sınıf mikrokültürünü oluşturan kural, beklenti, zorunluluk ve uygulamaya dair ortak anlayışların (normların) ortaya çıkmasına yol açar (Cobb, 1992). Sınıfta yapılan etkileşim sonucunda öğretmen veya öğrenci birbirlerinin ne düşündüklerini bilemediklerinden dolayı bu etkileşimin ilerlemesi her aktif bireyin ve diğerlerinin kendisi gibi aynı şekilde davranacağını varsayarak ortak düşüncelerden yola çıkarak davranmasına bağlıdır. Bireyler bununla birlikte ortak buldukları kavramları sorgulayabilir, araştırabilir, kabul edebilir ya da karşı çıkabilirler böylece ortak kararların gelişmesine katkıda bulunabilirler. Yackel ve Cobb sınıfta öğretmen ve öğrencilerin etkileşimleri sonucu ortaya çıkan karşılıklı beklentileri ifade etmek için *“norm”* terimini kullanmışlardır (Uçar, 2016). Genel anlamda norm tanımına bakılırsa yazılı olmayan öğrenci ve öğretmen iletişimini yönlendiren ve sınıftaki her birey ile paylaşılan kural, beklenti ve zorunluluklar olarak söylenebilir. Bu normlara örnek olarak sınıfta parmak kaldırarak konuşmak, düşüncelerini sebep ve sonuçlara dayandırabilmek, arkadaşlarına zorlayıcı sorular sormak verilebilir. Sınıf mikrokültüründe normlar öğretmen ve öğrenciler tarafından birlikte oluşturulur ve geliştirilir (Uçar, 2016). Öğrenciler sınıf içi tartışmalara katılırken kendi kavramlarını ve normlarını da geliştirirler. Cobb ve arkadaşlarına göre, sınıf mikrokültürü öğrencilerin psikolojik düşünce boyutu ile sınıf mikrokültürü sosyal boyutları arasında karşılıklı etkileşim olduğunu varsaymaktadır. Bu yorumlayıcı çerçevedeki "sosyal perspektif" ve "psikolojik perspektif" tanımları iki farklı kavram arasındaki analitik yaklaşımı ortaya koymaktadır. Psikolojik perspektif ortak sınıf etkileşiminde bulunan öğretmen ve öğrencilerin aktif ve bireysel etkinliklerinin psikolojik durumlarını değerlendirirken, Sosyal Perspektif ise bu ortak iletişim sürecinin yorumunu oluşturmaktadır. Cobb, Stephan, McClain ve Gravemeijer (2001) yorumlayıcı çerçeveyi sosyal bir bağlamda gerçekleşen matematiksel öğrenmeyi araştırmak ve açıklamak için geliştirilmiş analitik bir araç olarak tanımlamaktadır (Uçar, 2016).

SOSYAL PERSPEKTİF	**PSİKOLOJİK PERSPEKTİF**
Sınıf içi Sosyal Normlar	Öğrencinin kendi rolü, diğerlerinin (öğrenci ve öğretmen) rolü ve okuldaki matematik etkinliğinin genel doğası hakkındaki inançları
Sosyomatematiksel Normlar	Matematiksel inançlar ve değerler
Sınıfın Matematiksel Uygulamaları	Matematiksel kavrayışlar ve etkinlik

Şekil 1.1 Sınıf düzeyindeki bireysel ve müşterek etkinliğin analizi için yorumlayıcı çerçeve (Cobb ve Yackel, 1996).

Sosyal Perspektif bir sınıfta oluşan olağan davranış biçimleri, verilen örnekle ilgili tartışma ve karar verme süreçleri (normlar) ile ilgilenmektedir. Örnek verilirse, sınıfların bazılarında katılımcı öğrencilerden sadece cevap söylenmesi beklenirken bazılarında ise cevabı çözüm yolu ile sebeplere dayandırarak söylemesi beklenir. Bununla birlikte Sosyal Perspektif her öğrencinin muhakemesi ya da matematiksel etkinliği sınıfta kural haline gelen bu etkinliklere katılma eylemi olarak ele alınmıştır (Uçar, 2016). Öğrencinin arkadaşlarının cevaplarına sorular sorması, düşünerek tartışma ortamı yaratması, farklı çözüm teknikleri uygulaması buna verilebilecek örnekler arasındadır.

Psikolojik Perspektif ise öğrencinin sınıf içerinde oluşturduğu tartışma ortamı ile etkinliklere odaklanma şekillerini belirtmektedir. Bu yaklaşımda, oluşan sınıf doğasında öğrencilerin cevap verme şekilleri ve arkadaşlarına soruduğu soru şekilleri ile kendi cevaplarını nasıl açıkladığı veya savunduğu, hangi çözümlerin kabul edilir türden olduğunu nasıl açıkladığı ya da savunduğu ön plana çıkarılır.

Sosyal Perspektif bir sınıfta alınan kararların düşünme ve davranış şekilleri ile ilgilenirken, Psikolojik Perspektif ortak etkinliklere oluşan öğrenci katılım çeşitliliği ile ilgilenmektedir. Sosyal Perspektif başlığı altında sınıf içi sosyal normlar, sosyomatematiksel normlar ve sınıfın matematiksel uygulamaları kavramları bulunmaktadır (Uçar, 2016). Bununla birlikte Cobb ve Yackel' in araştırmalarına göre bu tanımlar sınıf mikrokültürünün 3 değişik yönünü göstermektedir.

Her öğrencinin sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normları müzakere sürecine ve sınıfın matematiksel uygulamalarına katılma ve katkıda bulunma şekli ile öğrenmeye ve matematiğe dair düşünceleri ve matematiksel kavrayışları arasında bir ilişki olduğu varsayılır (Cobb ve Yackel,1996; Uçar, 2016). Örneğin öğrenci ve öğretmenin kendi görevleri ve sınıftaki etkileşim doğasına olan inançları sosyal normların psikolojik boyutudur. Öğretmen odaklı bir sınıf etkinliğinde, öğrenci kendi görevini öğretmenini dinleyen, sorduğu sorulara cevap veren, anlattıklarını tekrar eden; öğretmenin görevi ise problemleri çözen, konuyu aktaran, öğrencilerinden kendi çözüm yolunu öğrenmesini ve uygulamasını isteyen merkezi bir otorite olarak düşünülür. Benzer şekilde bu ve diğer iki bağlantının varlığı tahminidir ve deneysel incelemeye açıktır (Cobb ve Yackel, 1996; Uçar, 2016). Sınıf normlarını tartışmaya açan ve yönlendiren öğretmen öğrencinin doğasında bulunan ilgili inançlarını da yönlendirmektedir. Bu durum ile birlikte "öğrencinin inançlarında bir değişme var olduğu" ya da "öğrencinin öncelikle inançlarını yenilediği ardından sınıf içi normlara katkıda bulunduğu" şeklinde bir sebep-sonuç ilişkisi olduğu söylenemez. Bu durumun aksine sosyal normlar ve öğrencilerin inançları birlikte evrimleşir ve biri diğerinden bağımsız değildir (Uçar, 2016). Öğrenci sosyomatematiksel norm ile ilgili olarak eğer bir tartışmaya katılırsa bu duruma paralel olarak matematiğe dayalı olan inançlarını da yeniden incelemektedir. Krummheuer (1995) sınıfta oluşan aktif katılımın öğrencilerin matematiksel kavramların gelişimine olumlu yönde katkı sağladığı ve sınıf içi aktif katılımın ise hem kavramsal hem de tartışmaları zenginleştirdiğini vurgulamıştır.

1.6. Diferansiyel Denklemler ve Öğretimi

1.6.1 Diferansiyel denklemler tarihçesi

Diferansiyel denklem kavramının oluşmaya başladığı ilk çalışmalar, 17. yüzyılın sonlarına doğru, Sir Isaac Newton (1642-1727) ile başladı (Aydın, 2019). Newton hareketleri direkt olarak açıklamak yerine, hareket için türetilmiş matematiksel modelleri ve astronomik cisimler arasındaki kuvvetlerden doğan ilişkiyi matematiksel olarak tanımladı (Hubbard ve West, 1991). Diferansiyel denklem şeklindeki bağıntıya ilk olarak açık bir şekilde Newton'un 1671 yılında yazdığı "Flux metodu ve sonsuz seriler" adlı eserinde rastlanmaktadır (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014). Newton'un sunmuş olduğu felsefe Euler, Bernoulli ve diğer matematikçilere diferansiyel denklem dilindeki fiziksel olguları tanımlama ve anlama çalışmaları sundu (Aydın, 2019). Fiziksel bir olgu diferansiyel bir denklem ile modellendi ve bir sonraki adım, hareket denklemlerini (ya da daha genel olarak sistemin davranışını) diferansiyel denklemden elde etmek oldu (Kline, 1972).

Yine bu yıllarda diferansiyel denklemlerle ile ilgili Gottfried Wilhelm von Leibnitz (1646-1716) tarafından "yerçekimine karşı vücudun hareketini" açıklamak amacıyla çalışmalar yapılmıştır (Upton, 2004). Leibnitz, 1692 yılında ise homojen birinci basamaktan lineer diferansiyel denklemleri ve homojen olmayan birinci basamaktan lineer diferansiyel denklemlerin çözümü yapmıştır (Mısır, 2016).

Leibnitz'den sonra James (1654-1705) ve Johann Bernoulli (1667-1748) kardeşler bazı fizik problemlerinin çözümünde diferansiyel denklemleri kullanarak önemli katkılar sağlamışlardır (Aydın, 2019). 18. yüzyılda Jacobo Francesco Riccati (1676-1754), genel diferansiyel denklem sınıfları ile ilgili çalışmalar yaptı ve yaygın olarak benimsenen çözüm yöntemlerini bulmuştur. 1715 yılında Brook Taylor (1685-1731), "Methodus incrementorum directa et inversa" adlı kitabında diferansiyel denklemlerin singüler çözümlerinden söz etmiştir (Aydın, 2019). 1728 yılından sonra Euler diferansiyel denklemler için basamak indirgeme metodu, integral çarpanı fonksiyonu, herhangi basamaktan lineer diferansiyel denklemler teorisi ve kuvvet serileri yardımıyla çözümlerine katkılar sağlamıştır (Mısır, 2016). Joseph Louis Langrange (1736-1813) diferansiyel denklemlerin entegrasyonunu incelemiş ve akışkanlar mekaniği gibi konularda çeşitli uygulamalar yapmıştır (Aydın, 2019). 1799'da yayınlamış olduğu " Traite de Mecanique Celeste" adlı eserinde ise evrensel çekim yasası ve güneş sistemindeki cisimlerin ağırlık merkezlerinin hareketleri konularını diferansiyel denklemlerin kullanılması temeline dayanarak çözümlemiştir (O'Connor ve Robertson, 2003). 19.yüzyılda, verilen bir diferansiyel denklemin çözümünün olup olmadığını, ne zaman çözümünün olduğunu ve çözüm varsa çözümün özelliklerini araştırmanın gerekliliği üzerine çalışmalar yapılmaya başlandı (Aydın, 2019). Emile Picard (1856-1941) adi diferansiyel denklemlerin çözümlerinin varlığını göstermek için ardışık yaklaşım yöntemleri kullanmış ve Laplace denkleminin özelliklerini daha genel eliptik denklemlere genişletmiştir (O'Connor ve Robertson, 2003). Poincare, gezegensel hareket, gezegensel stabilite ve uydu yörüngeleriile ilişkili diferansiyel denklemlerin alternatif yöntemler ile cevaplandırılabileceğini öne sürmüştür (Kline, 1972). Matematikçilerin çözümlerin davranışlarını anlamaya başlamalarına izin vermiş ve bu nedenle modellenen olgu açıkça çözümlenemeyen diferansiyel denklemlerin bile yorumlanmasını sağlamıştır (Rasmussen, 1997).

1.6.2 Diferansiyel denklemler

Bir veya daha çok bağımlı değişken, bir veya daha çok bağımsız değişken ve bağımsız değişken ve bağımlı değişkenlerin bağımsız değişkenlere göre türevlerini içeren denkleme diferansiyel denklem denir (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014). Aşağıda diferansiyel denklemlere ait birkaç örnek verilmektedir:

$$\frac{dy}{dx} = \sin x \tag{1.1}$$

$$y' = \sin x \pm \cos x \tag{1.2}$$

$$y'' + x^2 y' + 2x = 0 \tag{1.3}$$

$$\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 + x\frac{dw}{dx} = 0 \tag{1.4}$$

Bir diferansiyel denklemde yalnız bir tane bağımsız değişken var ise bu denkleme *adi diferansiyel denklem* denir (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014). Adi diferansiyel denklemlerin genel hali ise

$$F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0 \tag{1.5}$$

şeklinde ifade edilir.

Bir ya da birden fazla bağımlı değişkenin birden fazla bağımsız değişkene göre kısmi türevleri ile beraber bağımlı ve bağımsız değişkenleri içeren diferansiyel denkleme *kısmi diferansiyel denklem* denir. Kısmi diferansiyellerin genel hali ise;

$$F\left(x, y, u, u_x, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}, \ldots\right) = 0 \tag{1.6}$$

şeklinde tanımlanır. Örneğin;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \tag{1.7}$$

Bir diferansiyel denklem içinde bulunan en yüksek mertebeli türevin mertebesine *diferansiyel denklemin mertebesi*; en yüksek mertebeli türevin kuvvetine de *diferansiyel denklemin derecesi* denir. Diferansiyel denklemin derecesinden bahsetmek için denklem türevlerine göre polinom olarak yazılmalıdır. Bir diferansiyel denklem bir dereceye sahip olmayabilir (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014).

Bir diferansiyel denklemde her bağımlı değişken ve her mertebeden türevler birinci dereceden ise ve aynı zamanda bağımlı değişkenler veya türevler çarpım halinde yer almıyorsa, lineer; aksi halde lineer olmayan (nonlineer) dir (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014).

Böylelikle diferansiyel denklemler dersi öğretim kısmında ilk olarak bağımsız değişken sayısına göre adi diferansiyel denklem (bağımsız değişken sayısı bir olan denklem) mi yoksa kısmi diferansiyel denklem (bağımsız değişken sayısı birden fazla olan denklem) mi diye inceleme yapılması istenir. İkinci olarak denklemde bulunan en yüksek mertebeli türevin derece ve mertebelerine göre ve üçüncü olarak ise denklemlerdeki bağımlı değişkenlerin lineer olma durumu ve türev durumuna bakılarak lineer diferansiyel denklemler ve lineer olmayan diferansiyel (nonlineer) diferansiyel denklemler olarak gruplara ayrılır. Eğer denklem lineer ise türev ve bağımsız değişken katsayısına bakılarak sabit katsayı diferansiyel denklemler buna paralel olarak değişken katsayılı diferansiyel denklemler; lineer denklemde yalnız bulunan bir bağımsız terim yok ise homojen, varsa homojen olmayan diferansiyel denklem olarak da gruplandırılabilir (Aydın, 2019).

Yukarıda da ifade edilmeye çalışıldığı üzere diferansiyel denklemlerin ortaya çıkışı 17. Yüzyıla dayanmaktadır. Uygulamalı matematik, mühendislik ve uygulamalı bilimler gibi pek çok bilim dalında günlük yaşam problemleri diferansiyel denklem kavramı yardımıyla modellenebilmektedir. Bu modellerin hayata geçirilebilmesinde denklemlerin ya da denklem sistemlerinin çözümlerine ihtiyaç duyulur. Diferansiyel denklemlerin tarihsel gelişimi ile birlikte çözüm yöntemleri de farklılıklar göstermektedir. Örneğin diferansiyel denklem kavramının ortaya çıktığı 17.yüzyılda aynı zamanda bu denklemler için cebirsel çözüm yaklaşımı da bu yüzyılda ortaya çıkmıştır ve günümüzde de en çok kullanılan yöntemdir. Daha sonraları 18. yüzyılda sayısal yaklaşımlar ve hesap yöntemleri gelişmeye başlamış, 19. yüzyıl ve sonrasında da grafiksel çözümler keşfedilmiş ve diferansiyel denklemler için geometrik yorumlar yapılarak çözümler üretilmeye çalışılmıştır (Sevimli, 2006; Arslan, 2008).

Bir gerçek yaşam probleminden hareketle ortaya konulan bir matematiksel modeli ele alırken, karşılaşılan bu problemin çözümünde diferansiyel denklem kavramından nasıl yararlanılacağı ve elde edilen çözümün nasıl yorumlanacağı diferansiyel denklem öğretiminin konusudur. Alan yazında diferansiyel denklemlerin öğretimine ilişkin araştırmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (Akkuş, 2014). Yapılan çalışmaların çeşitli öğretim yöntemlerinin diferansiyel denklemler öğrenme ve öğretmedeki etkililiği ve öğrencilerin yaşadığı öğrenme zorlukları ve yapılan hatalara odaklandığı görülmektedir. Diferansiyel öğretiminde alternatif bir yöntem olarak sorgulama temelli yaklaşımından bahsedilebilir (Rasmussen ve Kwon, 2007). Bu yaklaşımın temel prensiplerinden biri öğrencilere sorgulayıcı ve sebeplerini anlamaya çalışan bir matematiksel düşünce yeteneği kazandırmaktır. Bununla birlikte öğrencilere matematiksel fikirlileri yorumlama ve üretmeyi, ardından, öğrencilerin düşünceleri ışığında yeni matematiksel fikirler üretmelerini ve son olarak da yeni sorular ve problemler için çözümler üretmelerini hedefleyen bir yol izlenir. Diferansiyel denklem öğretiminde karşılaşılan diğer yöntemler olarak gerçekçi matematik öğretimi (Kwon, 2002), bilgisayar destekli öğretim (Maat ve Zakaria, 2011; Slavit vd., ,2002), web tabanlı öğretim (Salem ve Abudiab, 2006), proje tabanlı öğretim (Jegdic, 2011) ve harmanlanmış öğrenme yöntemi (Akkuş, 2014) literatürde karşılaşılan alternatif yöntemlerdir. Diferansiyel denklemlerin anlaşılması süreci ileri matematiksel düşünme becerileri gerektirdiğinden (Rasmussen, 1997) öğrencilerin gerek kavramın doğasından gerekse öğretim ortam ve yöntemlerinden kaynaklı bazı zorluklar yaşadıkları görülmektedir (Rasmussen, 1997, Allen, 2006). Alanyazında bu zorlukların, kavramsal anlama yerine işlemsel anlama, muhakeme zorluğu, kavram yanılgısı ve son olarak da temsiller arası geçiş zorluğu başlıkları altında toplandığı görülmektedir (Sevimli, 2016).

Ülkemizde konu ile ilgili akademik çalışmaların oldukça az sayıda olduğu söylenebilir. Arslan (2010a) geleneksel diferansiyel denklemler derslerinde öğrenmelerin doğasını, cebirsel çözümlere odaklanmış diferansiyel denklemler derslerinde öğrencilerin işlemsel ve kavramsal öğrenmelerini incelemiştir. Söz konusu çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının öğrenmelerinin geleneksel olarak ezberleyerek ve işlemsel olduğunu, aynı zamanda yeni durumları doğru yorumlamak ve yeni fikirler üretmek için gerekli olan kavramsal bilgiyi geliştirmelerine yol açmadığını göstermektedir. Öğrencilerin işlemsel öğrenme alanındaki sorularda daha başarılı oldukları, kavramsal öğrenme alanındaki sorularda zorlandıkları da tespit edilmiştir.

Diğer bir çalışmasında Arslan (2010b), diferansiyel denklemlerde cebirsel çözümlerde başarılı olan öğrencilerin diferansiyel denklemlerle ilgili kavramlarına ve çözümlerine olan anlayışlarını, zorluklarını ve zayıflıklarını ortaya koydukları durumları araştırmıştır. Elde edilen verilerin sonucunda öğrencilerin cebirsel çözümlerde başarılı oldukları ancak kavramları tam olarak anlamadıkları ve bu kavramlarla ilgili zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Akkuş (2014) ise diferansiyel denklemler öğretiminde harmanlanmış eğitim modelinin öğrencilerin akademik başarıları ve motivasyonları üzerinde olumlu etkilerini ortaya koyarak bu modelin iyi bir alternatif olabileceğini savunmuştur.

1.7 Sosyomatematiksel Norm ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Sosyomatematiksel normların müzakeresi, hem öğrenci hem de öğretmen için öğrenme fırsatları yaratmaktadır (Yackel ve Cobb, 1996; Cobb, Yackel ve Wood, 1991; McClain ve Cobb, 2001; Yackel, 2001). Öğrenciler akranlarının açıklamalarını anla-maya çalışırken, kendi çözümlerini başka çözümlerle karşılaştırırken, benzerlik ve farklılıklar hakkında yargılarda bulunurken fazladan öğrenme fırsatları ortaya çıkmaktadır (Uçar, 2016). Buna paralel bir durum olarak öğretmenlerin problem çözme odaklı sınıflarındaki rolü matematiksel tartışmaya olanak sağlamakta olduğu öne sürülebilir. Öğretmen öğrencilerin etkinliklerde bazı davranışlarını normal karşılarken bazı davranışlarını da onaylamayan bir katılımcı olarak davranır. Sınıf tartışmaları, öğretmen için oldukça zor bir süreçtir çünkü öğrencilerin çözümlerini anlamak durumundadır. Öğretmen dinlediği öğrencinin açıklamalarını hem öğrenme fırsatına çevirebilmeli hem de buna ortam sağlayan zengin ve karmaşık görevler seçmelidir. Bu ise öğretmenin öğrencilerinin düşüncelerini ve kavramsal gelişimlerini desteklemektedir. Öğretmenlerin öğrenme fırsatları sosyomatematiksel normların müzakere edilmesi sürecinden doğrudan etkilenir (Uçar, 2016). Aynı zamanda, öğretmenin öğrencileri için neyin etkili/ yeterli ve ileri düzey/ gelişmiş olduğu hakkındaki düşünceleri de evrimleşir (Cobb, Yackel, & Wood, 1991; Wood, Coob ve Yackel, 1991; Yackel ve Cobb, 1996; Yackel, Cobb ve Wood, 1998).

Sosyomatematiksel normlar, ilk kez Yackel ve Cobb (1996) bir matematik sınıfındaki etkileşim desenlerini analiz ederken bu desenlerde farkına vardıkları bir sosyal yapıdır (Uçar, 2016). Daha sonra yapılan çalışmalarda matematik yapmanın ve bilmenin ne olduğuna dair inançlarını etkilemek amacıyla sosyomatematiksel normları geliştirmeyi hedeflemiştir. McClain ve Cobb 2001 yılında dört ay boyunca 1. Sınıf düzeyindeki sosyomatematiksel normların ortaya çıkışını takip ederken bu sürede norm oluşum sürecini analiz etmişlerdir. McClain ve Cobb, sosyomatematiksel normların ortaya çıkmasında sınıf tartışmasının ve öğrencilerin düşüncelerinin/ çözümlerinin öğretmen tarafından matematiksel sembollerle ifade edilmesinin katkısının altını çizmişlerdir (Uçar, 2016).

Sosyal ve sosyomatematiksel norm kavramlarının ortaya atılması ve geliştirilmesi ile ilgili çalışmalar incelendiğinde bunların genellikle ilk ve orta öğretim düzeyindeki sınıf mikrokültürünün incelenmesi üzerine olduğu görülmektedir. Ancak bu kavramları üniversite düzeyine taşıyan çalışmalar da mevcuttur. Örneğin Yackel, Rasmussen ve King (2000) Gerçekçi Matematik Eğitimi prensipleri izlenerek geliştirilen sınıf aktiviteleri ile tasarladıkları bir öğretim deneyi yardımıyla, diferansiyel denklemler sınıfı bağlamında ortaya çıkan sosyal ve sosyomatematiksel normları ortaya koymuşlardır. Araştırma bir Amerikan üniversitesinde,16 haftalık bir dönem boyunca, giriş düzeyindeki diferansiyel denklemler dersine katılan 12 matematik, fen ve mühendislik öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma grubu, biri dersi yürüten öğretim elemanı olmak üzere, toplam üç üniversite öğretim elemanından oluşmaktadır.

Yackel, Rasmussen ve King (2000) birinci mertebeden diferansiyel denklemler için, öğrencilerin düşüncelerini açıkladıkları ve diğer öğrencilerin düşüncelerini anlamaya çalıştıkları sosyal normlara odaklanmışlardır. Ayrıca değişim oranının yorumlanmasına ilişkin öğrencilerin ve öğretim üyesinin ders esnasında sergiledikleri açıklamalar ile sosyomatematiksel bir norm belirlemişlerdir.

Yackel, Rasmussen ve King (2000) elde ettikleri verilerin analizine dayanarak, matematiğin anlamlı bir şekilde öğrenilmesini mümkün kılan koşullara katkıda bulunan sınıf ortamlarının bazı sosyal yönlerini de açıkça ortaya koymuşlardır. Yackel, Rasmussen ve King'e (2000) göre bir sınıfı diğerinden farklılaştıran özellik, sosyal normların varlığı ya da yokluğundan ziyade bunların doğasıdır. Araştırmacılar, sınıfta matematiksel tartışmayı ve aktif öğrenci katılımını destekleyen sosyal normlar ile öğrencilerin sınıf tartışmasına katılımını minimum düzeyde tutan sosyal normların öğrenme açısından doğuracağı sonuçların da farklılık göstereceğini savunmaktadırlar. Ayrıca öğretmenin değişen rolüne de dikkat çekerek, öğretmenin sınıfta ciddi bir şekilde sosyal ve sosyomatematiksel normların geliştirilmesine dikkat etmesi durumunda, öğrencilerin de farklı matematiksel açıklamalar yapabildiğine vurgu yapmaktadırlar.

Güven ve Dede (2016) yaptıkları çalışmada farklı matematik öğrenme ortamlarına ait sosyal ve sosyomatematiksel normları çoklu durum çalışması yöntemi ile ortaya koymayı amaçlamışlardır. Bunun için bir devlet üniversitesinde ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 54 öğretmen adayının devam ettiği biri matematik, biri de matematik eğitimi dersinin yürütüldüğü iki sınıf ortamı gözlemlenmiştir. Buna göre pür matematik sınıfında gözlemlenen normlar şunlardır:

- Matematik gerçek hayat ile ilişkilendirilmelidir.
- Matematiksel soyutlama yapmak için bir veya iki örnek vermek yeterlidir.
- Araştırmacılar ayrıca farklı nitelikteki normların aynı öğretmen eğitimi programı dahilindeki iki farklı derste nasıl kurulabileceğini ve sürdürülebileceği konusunu da ele almışlardır.

Akyüz (2014) de öğretmen adaylarına yönelik, sorgulama tabanlı ve teknoloji kullanılan üniversite seviyesi bir matematik dersinde (Geometriyi Dinamik Geometri Yazılımları Kullanarak Araştırma) gelişen sosyomatematik normlarının neler olduğunu tespit etmeyi amaçlamıştır. Ankara'da bulunan bir devlet üniversitesinin 3. ve 4. sınıf ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan 10 öğrencinin katılımı ile dinamik geometri yazılım programları kullanarak geometrinin nasıl öğretilebileceğini içeren seçmeli bir ders beş hafta boyunca gözlemlenerek elde edilen verilere göre gözlemlenen sosyomatematiksel normlar aşağıdaki gibidir:

- Soruda ya da bir çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak.
- Dinamik yazılımdaki araçların özelliğini kullanarak sonuç çıkarmak.
- Yapılan bir çözümü veya hipotezi dinamik olarak doğrulamak.

2.YÖNTEM

2.1. Araştırma Deseni

Bu çalışmada fen, mühendislik ve uygulamalı bilimler alanları için yükseköğretim matematiğinin önemli konularından biri olan adi diferansiyel denklemlerin öğretildiği bir sınıf ortamındaki sosyomatematiksel normların incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması sınırlı bir sistemin derinlemesine betimlenmesi ve incelenmesi olarak tanımlanmaktadır (Merriam, 2013). Bu tez çalışmasında da bir adi diferansiyel denklemler dersi sınıfı mikrokültürü incelen durum olarak ele alınmıştır. Ayrıca bu mikrokültürün sosyomatematiksel normları da analiz birimlerini oluşturmaktadır. Sosyomatematiksel normlar matematiksel aktiviteler ile ilişkili olduğundan sadece matematiksel aktiviteler yapılan sınıflarda araştırılabilirler (Cobb ve Yackel, 1996b). Bu nedenle, dersler matematiksel aktiviteler, tartışmalar ve söylemler içermelidir. Buradan hareketle bu tez çalışmasında amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

2.2. Çalışma Grubu

Bu tez çalışmasının katılımcılarını bir devlet üniversitesinin fen-edebiyat fakültesi matematik bölümünde görev yapmakta olan bir öğretim üyesi ve aynı bölümde öğrenim görmekte olan 32 üniversite öğrencisi oluşturmaktadır.

Çalışma 2018-2019 öğretim yılının bahar döneminde Diferansiyel Denklemler II dersi kapsamında yürütülmüştür. Dersi vermekte olan öğretim üyesi aynı eğitim-öğretim yılının güz döneminde de, Diferansiyel Denklemler I dersini yürütmüştür. Diferansiyel Denklemler I-II derslerinin içerikleri ve bu derslere ait diğer bilgiler (akts, dönem vb.) Ek-1'te verilmektedir. Diferansiyel Denklemler I-II derslerini yürüten öğretim üyesi, dokuz yıldır sözü geçen üniversitede çalışmaktadır. Uygulamalı matematik anabilim dalında yüksek lisans ve doktorasını yapmış olan öğretim üyesi Diferansiyel Denklemler I-II derslerini aynı üniversitenin matematik ve mühendislik bölümlerinde dört yıldır yürütmektedir.

Çalışma grubundaki 32 öğrenci ise yukarıda sözü geçen bölümün 19'u erkek, 13'ü kız ikinci sınıfında okumakta olan öğrencileridir. Bu öğrencilerin 27 tanesi çalışmanın yapıldığı dönemden bir dönem önce aynı öğretim üyesi tarafından verilen Diferansiyel

Denklemler I dersini almışlardır. Çalışma grubunda yer alan öğrencilerin 2018-2019 öğretim yılı bahar dönemi ve daha öncesinde aldıkları dersler Ek-2'de verilmiştir.

2.3. Veri Toplama Araçları ve Uygulaması

Çalışmada veri toplama yöntem olarak katılımcı olmayan sınıf içi gözlem yöntemi kullanılmıştır. Veri toplama işlemi altı haftada, her bir hafta üçer ders saati olmak üzere toplam 18 saate tamamlanmıştır. Veri toplarken öğrencilerin bireysel ve kolektif matematiksel faaliyetlerine, faaliyetlerle ilgili süreçlerin planlanması, uygulanması ve değerlendirilmesine, davranış kalıplarına ve öğrenci ve öğretmenlerin etkileşimine odaklanılmıştır. Veri toplama aracı olarak gözlem formu kullanılmıştır. Kullanılan bu gözlem formu ön ve arka olmak üzere iki yüzden yani tek sayfadan oluşmaktadır.

Ön yüzde gözlem yapılan kurum, gözlem yapılan eğitmen adı ve unvanı ile birlikte gözlemcinin adı, gözlem tarihi, ders başlangıç saati ve bitiş saati bulunmaktadır. Son olarak gözlem yapılan sınıf türü sorulmuştur. Buna ek olarak tablo şeklinde ders başladığında sınıfta bulunan kadın ve erkek öğrenci sayısı ve sınıfa geç gelen öğrenci sayısı da eklenmiştir. Sayfanın sonu belli bir bölge ise gözlemci için sınıfın moral, psikolojik durumları, duygusal iklim, dikkat dağıtan etmenler, … şeklinde eklemek istediği notlar var ise eklemesi için boş bırakılmıştır.

Arka yüz aktivite sayfası olarak yer almıştır. Aktivite sayfasında yine sınıf, kurum, tarih, gözlem yapılan öğretmen, gözlemci adı sorulmuştur. Buna paralel olarak her 5 dakika için aralıklar çizilmiş ders süresi 120 dakika üzerinden oluşturulmuştur. Her 5 dakikalık kutuya dersin akışını aktarabilmek için kodlamalar yazılmıştır ve her kutuya aynı kodu birden fazla yazılmamıştır.

Gözlem formu Inqury Based Learning Observation Protochol' den adapte edilmiştir (bkz. Ek-3). Araştırmacılar gözlem formunu her aktivite öncesi alıp gözlemini tamamlamıştır. Adi diferansiyel denklemler dersi bahar döneminin başladığı ikinci hafta itibarı ile her hafta üçer ders saati olmak üzere iki araştırmacı tarafından beş hafta boyunca gözlemlenmiştir. Bu esnada gözlem formu araştırmacılar tarafından doldurulmuştur. Derslerin bitiminde ise araştırmacı günlükleri yazılmıştır. Gözlemlenen haftalarda, yüksek mertebeden adi diferansiyel denklemler ile ilgili temel tanım ve teoremler ile sabit katsayılı lineer homojen ve homojen olmayan denklemlerin çözümleri işlenmiştir.

2.4. Verilerin Analizi

Analizin ilk aşamasında gözlem formları ve araştırmacı günlükleri yazılı metine geçirilmiştir. Daha sonra metindeki diyaloglar kodlanmıştır. Öğretim görevlisinin konuşmaları **Öğretmen** ile ifade edilmiştir. Öğrencilerin konuşmaları her öğrencinin isim baş harfi **Öğrenci** kelimesine eklenmiştir. Kodlama işleminden sonra metin üzerinden gidilerek tekrar eden bazı öğrenci davranışları, öğrenci-öğretmen ve sınırlı sayıda öğrenci- öğrenci etkileşimleri tespit edilmiştir. Burada Sfard'ın (2008) teorik çerçevesi kullanılmıştır. Buna göre, belirlenen kodlar yardımı ile sınıf üyelerinin çoğu tarafından benimsenmiş olan ve sınıf içi diyaloglarda kendisini belirgin bir şekilde gösteren sosyomatematik normlar belirlenmiştir.

3.BULGULAR

Bu bölümde, bir adi diferansiyel denklemler sınıfı mikrokültüründeki sosyomatematiksel normları belirlemeyi amaçlayan bu tez çalışmasından elde edilen bulgulara yer verilecektir. Yukarıda ayrıntıları ile tasvir edilmeye çalışılan ve beş hafta boyunca gözlemlenen Diferansiyel Denklemler II dersinden elde edilen veriler Sfard (2008) ve Yackel ve Cobb (1996)'un teorik çerçeveleri göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Analizler sonucunda sosyomatematiksel norm olarak değerlendirilen durumların üç başlık altında toplandığı sonucuna ulaşılmıştır. Sosyomatematiksel norm sayılabilecek bu durumlar aşağıda verilmektedir:

1. Adi diferansiyel denklemler dersi <<öğretmen başlatır, öğrenci cevap verir, öğretmen değerlendirir>> yöntemi ile yürütülür.
2. Teorem ya da problemlerin genel durumlarından önce özel durumlarını içeren örnekler incelenmelidir.
3. Bir veya iki örnek sunmak, matematiksel soyutlama için yeterli olarak kabul edilir.

Belirlenen her bir norma ilişkin açıklamalar ve gözlemler sonucu elde edilen sınıfı içi diyalogları aşağıda sırasıyla verilmektedir:

Sosyomatematiksel Norm 1: Adi diferansiyel denklemler dersi <<öğretmen başlatır, öğrenci cevap verir, öğretmen değerlendirir>> yöntemi ile yürütülür.

Bu norm beş hafta boyunca gözlemlenen dersin hemen hemen tamamında gözlemlenmiştir. Gözlemlenen bu norm öğrencilerin derse olan katılım durumunu da göstermesi açısından önemlidir. Bu norm ile ilgili olduğu düşünülen sınıf içi diyaloglara ait örneklerden biri aşağıda verilmektedir:

Öğretmen: *Evet arkadaşlar merhaba, geçen hafta derste neler yapmıştık? Sabit katsayılı homojen lineer adi diferansiyel denklemler ile ilgili problem çözdük. Bu hafta konumuz sabit katsayılı homojen olmayan lineer diferansiyel denklemler arkadaşlar.*

(Öğrenciler kendi aralarında konuşur ve derse hazırlanırlar. Buna ek olarak öğretmen konu anlatımını yapıp belirsiz katsayılar yöntemini anlatmıştır. Ve ders işlenişi örnekle devam etmektedir. 2.örnek işlenişi aşağıdaki gibi oluşup belirlenen norma destek olmuştur)

Öğretmen: $y'' - 3y' + 2y = 2x^2$ *denklemini çözelim arkadaşlar,*

$L(D) = D^2 - 3D + 2$

$L(m) = m^2 - 3m + 2 = 0$

$m_1 = 1, \qquad m_2 = 2$

Öğrenci D.: $y_1 = e^x,\ y_2 = e^{2x}$*oluyor.*
Öğrenci K.: *Homojen kısmının çözümü* $y_h = c_1e^x + c_2e^{2x}$ *olmaz mı?*

Öğrenci B.: *Belirsiz katsayılar kümesine ulaşmamız için temel çözüm kümesi üzerinden gidilmesi gerekir. Yani* $L(D)y = (D^2 - 3D + 2)y = 0$ *denkleminin temel çözüm kümesi* $T = \{e^x, e^{2x}\}$ *olur.*

Öğrenci M.: *Bu durumda belirsiz katsayılar fonksiyonu* $u(x) = x^2$ ve $S_1 = \{x^2, x, 1\}$
(Öğrenciler arasında sessizlik olur).
Öğretmen: *Evet herkes doğru arkadaşlar fakat* S_1 *tek küme olduğundan işlem yapılamaz. Buna ek olarak temel çözüm kümesi ile hiçbir ortak elemanı olmadığı için bu küme değişmez.*

Burada öğretmen ikinci örneği öğrencilerle birlikte yaparken örneği söylemektedir. Bununla birlikte öğrencileri beklemeden çözmeye başlamakta ve bunun ardından çözüm sırasında öğrencilerden bilinen kısımların cevapları gelmeye başlamaktadır. **Öğrenci D.** lineer bağımsız çözümleri bulmuş ve bir önceki örnekte öğretmenine paralel olarak yaptığı adımlardan yola çıkıp cevaplamıştır. **Öğrenci K.** ise homojen kısmının genel çözümünü söylemiş buna ek olarak **Öğrenci B.** Homojen kısmının temel çözüm kümesini söylemiş ve **Öğrenci M.** belirsiz katsayılar fonksiyonunu kullanarak S_1 kümesi için yorum yapmaktadır. **Öğretmen** bu ise öğrenciler arası sessizlik oluştuğundan dolayı verilen cevapları değerlendirmeye alıp söylenilenler doğru olduğunu ifade etmiş bizim normumuz en güzel örneklerden biri olmuştur.

Sosyomatematiksel Norm 2: Teorem ya da problemlerin genel durumlarından önce özel durumlarını içeren örnekler incelenmelidir.

Bu norm anlatılan konunun genel formülünü elde etmek için önce özel durumlardan başlandığını kapsamaktadır. Öğretmen öncelikle genel durum yerine, genel durumun bir özel halini ele almayı tercih etmektedir. Öğretmenin böylelikle konunun öğrenciler tarafından daha iyi kavranacağı inancına sahip olduğu düşünülebilir.

Söz konusu norma ilişkin sınıf içi diyaloglardan bazı örnekler aşağıda verilmiştir:

(Burada sabit katsayılı lineer denklem konusu anlatılırken öğretmen önce tahtaya bu tip denklemlerin en genel halini yani n. mertebeden denklemin genel halini yazması ile n=1 için ve n=2 için denklemin nasıl işlendiği sorulmaktadır.)

Öğretmen: *Şimdi*

$$L(D)y = (a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \cdots + a_1 D + a_0)y = 0$$

Tipindeki sabit katsayılı homojen lineer denklem çözümü için aşama aşama gideceğiz. n=1 alındığında denklem nasıl olacak?

Öğrenci D.: $(a_1 D + a_0)y = 0$

Öğretmen: *Güzel. Bunun çözümü neydi peki?*

(Burada öğretmen ve öğrenciler birlikte cevap vermektedirler).

$$y = ce^{mx}$$

Anlaşıldı mı? Sormak istediğiniz bir şey var mı?

(Öğrencilerden ses çıkmamaktadır)

Şimdi n=2 için inceleme yapalım.

(Öğrenciler öğretmen ile birlikte yüksek sesle birlikte tekrar ettiler).

$$(a_2 D^2 + a_1 D + +a_0)y = 0$$

Evet arkadaşlar $a_2 \neq 0$ *olduğundan dolayı bu denklemi*

$$(D - m_1)(D - m_2)y = 0$$

olarak yazabiliriz.

$$(D - m_2)y = u$$

dönüşümünü yaparsak $(D - m_1)u = 0$ *birinci mertebe lineer denklemi elde edilir.*
O halde ikinci mertebe lineer denklem

$$(D - m_2)y = u, \quad (D - m_1)u = 0$$

birinci mertebeden lineer iki denkleme dönüşür. Bu durumda genel çözüm için ne söyleyebiliriz arkadaşlar…

Öğrenci H.:

$$\frac{du}{dx} - m_1 u = 0 \quad \rightarrow u = ce^{m_1 x}$$

$$\frac{dy}{dx} - m_2 y = u = ce^{m_1 x} \rightarrow y = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x}$$

ben böyle düşündüm hocam.

Öğretmen: *Evet haklısın. Bu tip denklemlerin* $y = e^{mx}$ *olduğunu bilinmektedir. Peki arkadaşlar bizim bu denklemimizde genel denklemin çözümü olabilmesi için m ne olmalıdır?*

(5 dakika sonra)

Öğrenci B.: *Hocam biz* $y = e^{mx}$ *denkleminde her iki tarafın türevini alıp yerine yazarsak bulamaz mıyız?*

$$y = e^{mx}$$

$$Dy = me^{mx}$$

$$D^2 y = m^2 e^{mx}$$

… $D^n y = m^n e^{mx}$ *ifadelerini genel denklemde yerine yazarsak*;

Öğretmen:

$$L(D)e^{mx} = (a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \cdots + a_1 D + a_0)e^{mx} = 0$$

$$L(m)e^{mx} = (a_n m^n + a_{n-1} m^{n-1} + \cdots + a_1 m + a_0)e^{mx} = 0$$

Öğretmen: *Şimdi arkadaşlar,* $e^{mx} \neq 0$ *olduğundan bu denklem m türünden n. dereceden*

$$L(m) = a_n m^n + a_{n-1} m^{n-1} + \cdots + a_1 m + a_0 = 0$$

polinomu olarak yazılabilir. Buna $L(D)y = 0$ *homojen diferansiyel denkleminin karakteristik denklemi denir.*

Bu soruda ilk olarak sabit kat sayılı homojen lineer denklem için verilen genel denklemi n=1 özel durumu olmak üzere genel denklemin öğrenciler tarafından anlaşılabilirliği açısından incelenmiştir. Bunun üzerine **Öğrenci D.** n=1 için öğretmenine cevabını verip olumlu bir geri dönüt almıştır. Öğretmen öğrencilerde eski konuları sorgulayıp çözümün cevabını istemiştir. Bu sırada öğretmen sürekli öğrencilerden aktif katılım istemektedir fakat öğrencilerden geri dönüt alamamakla birlikte kendisi cevabı düz anlatım olarak aktarırken öğrencilerden birkaçı öğretmenle birlikte cevap vermiştir. Burada sosyal norm olarak öğrencilerin ders içerisinde ki tutumlarının çekingen bir tavır aldığı gözlemlenebilir. Devam eden ders içerisinde öğretmen düz anlatım olarak dersi işlemekte ve n=2 için genel denklemin nasıl olacağını etkin katılan öğrencilerle birlikte ortaya çıkarmaktadır. Öğretmen $y = e^{mx}$ tipinde ki denklemin çözümünü elde edebilmek için m ne olmalıdır? Şeklinde öğrencilere düşünmelerini sağlayacak soru yöneltmiştir. Tekrarlanan durum olarak öğrencilerin sessizleşmesi ve aktif katılım sağlamaması öğretmenin bakışlarını öğrencilerin üzerine çekmiş ve 5 dakika sonra **Öğrenci B.** eski konuları defterinde karıştırarak her iki tarafın türev alınınca yerine yazılmasıyla sağlandığını ve genel çözümü bulduğunu dile getirmiştir.

Yukarıdaki örnekte görülebileceği gibi öğrenciler genel denklemin ortaya çıkarılırken genel anlamda sessiz kalmış ve aktif katılım sağlamamışlardır. Bu bütün normların incelenmesinde fark edilen bir durumdur. Bu normda öğretmen genel denkleme öğrenciler için basit yol olduğunu düşünüp özel durumdan genel duruma gitmeyi benimsemiştir. Bu durumda öğrenciler için eski konuları hatırlamakla birlikte konuya ek bir bilgi öğretmen dışında katkı sağlayan olmamıştır.

Bu norma diğer bir örnek aşağıdaki diyalogda görülmektedir. Burada öğretmen ters operatör ile öteleme teoremini ispatlarken normu kullanmıştır.

Öğretmen: *Şimdi* $L^{-1}(D)[e^{ax}f(x)] = e^{ax}L^{-1}(D+a)[f(x)]$ *öteleme teoremini ispatlayalım. L(D) ikinci mertebeden operatör olsun. Önce bu duruma bakalım*

$$(a_2D^2 + a_1D + a_0)\left(e^{ax}f(x)\right) = \cdots$$

Bu normun oluşmasında öğretim görevlisinin gözlemin beş haftası boyunca sergilediği özel durum incelemesi başlatarak genel durumu elde etmesi tutumu ile birlikte daha anlaşılır olabileceği düşünülmektedir. Bunun bazı örnekleri yukarda görülmektedir. Öğretim görevlisi benzer durumları tutarlı olarak hemen hemen bütün tanım ve teoremlerde yapmıştır. Bu norm matematiksel durumları içerdiği için sosyomatematiksel bir norm olarak nitelendirilmiştir.

Sosyomatematiksel Norm 3: Bir veya iki örnek sunmak, matematiksel soyutlama için yeterli olarak kabul edilir.

Bu norm anlatılan bir konuda verilen tanım ve teorem üzerine matematik bilgisinin daha anlaşılabilir olması için verilecek örnek sayısının bir veya iki olmasının yeterli olduğunu kapsamaktadır. Öğretmen bu normu öğrencilere anlattığı konuyu daha kolay aktarabilmek için bir örnek çözmekle başlayıp anlaşılmadığını düşündüğünde ikinci örnek olarak ekleme yapıp konuyu tamamladığında kullanılmaktadır. Aşağıdaki diyalog bu normun geçtiği ders anlatımından alınmıştır.

Öğretmen: *Bu hafta şuradan başlıyoruz. Sabit katsayılı Homojen Lineer Diferansiyel Denklemler. Bu tip denklemlerin genel halini yazarsak, neydi?*

$$L_y = (a_nD^n + a_{n-1}D^{n-1} + \cdots + a_1D + a_0)y = Q_x$$

$$L_{y=}0 \rightarrow yh$$

$$L_y = Q_{(x)} \rightarrow yp$$

Öğretmen: *Tamam dimi? Şimdi ters operatör bulmak istiyoruz.*

$$L(D)y = Q(x)$$

$$\widetilde{L(D)}L(D)y = \widetilde{L(D)}Q(x)$$

(Öğretmen buradan genel denklemin nasıl elde edileceğini anlattı).

Öğretmen: *Mantığı anladınız mı*?

Öğrenci N.: *Evet hocam fakat tam anlamıyla anlayamadım gibi.*

Öğretmen: *En iyisi bir örnek daha çözeyim o zaman daha iyi anlayacaksınız.*

Örnek:

$(D+1)^2 = Çy = e^x$

$(D^2+2D+1)y$

$y'' + 2y' + y = e^x$

Öğrenci B.: *Hocam önce ikinci tarafı sıfır kabul ediyoruz değil mi?*

Öğretmen: *Sıfır kabul etmiyoruz, homojen kısmın çözümünü buluyoruz.*

$(m+1)^2 = 0 \ , m = -1 \ , T.K = \{e^x, xe^{-x}\}$

$(D-1)(D+1)^2 y = (D-1)e^x = 0$

$(m-1)(m+1)^2 = 0 \ m_1 = 1 \ \ m_2 = m_3 = -1$

$y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x} + c_3 e^x$

Öğretmen: *Buraya kadar tamam mı?*

(Öğrencilerden gereken tepki gelmediği için öğretmen 1-2 dakika sessizce bekledikten sonra konu anlatımının anlaşılır sürdüğünü düşünüp devam etmiştir).

$y = y_h + y_p \Rightarrow y_p = y - y_h$

$y_p = c_3 e^x$

bunu denklemde yerine yazıp $c_3 = -1 \ \ y_p = e^{-x}$ *bu özel çözümü bulmanın yöntemlerinden biri yutanı tahmin etmek gerekiyor. Yutanı bulmak problem anlaşıldı mı?*

Bu konu anlatımında öğretmen sabit katsayılı homojen lineer diferansiyel denklemler işlemek üzere dersine giriş yapmıştır. Genel denklemi yazarak öğrencilerden anlatımın anlaşılır olup olmadığına dair soru sormuştur. Daha sonra ters operatör yardımıyla genel denklemin nasıl bulunduğunu anlatmıştır. Tekrar öğrencilere yapılan işlemleri anlayıp anlamadıklarını sormuş olmakla birlikte öğrencilerden birini derse sorgulama ile birlikte katılım sağlatmıştır. Daha sonra öğrenci anladığını fakat neyi tam anladığını bilmediğini vurgulamıştır. Bunun üzerine öğretmen bir örnek daha çözmenin daha iyi olacağı kanısına varmıştır. Öğrencilere 2.örneği yazıp tekrar bu örnek üzerinden tekrar yapmıştır. Daha sonraki durumda ise öğrencilerden biri var olan örnekle ilgili yorumunu öğretmene sormuştur. Bunun üzerine öğretmen öğrencinin var olan algısını yanlış olduğunu belirtip homojen kısım çözümü yaptığını söylemiştir. Öğretmen yaklaşık 5 dakikalık aralıklarla öğrencilere anlaşıldı mı? şeklinde soru yöneltip geri dönüt ve derse aktif katılım sağlamaya çalışmıştır. Buna paralel olarak öğrenciler sessiz ve derse katılımı çok az sağlamaktadır. Bu durum norm için olağan bir durum oluşturmuştur.

Bu normda dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta öğrencilerin sessiz ve katılım sağlamadan dersi işliyor olmasıdır. Bundan dolayı öğretmen düz anlatım kullanarak dersi işlemektedir. Birinci örneğin ardından 2.örnekle birlikte öğrencilerden geri dönüt almamasından dolayı konunun anlaşıldığını düşünüp yeni konuya geçiş yapmıştır. Bu duruma yapılan gözlemin hemen hemen her dersinde karşılaşılmıştır. Matematiksel soyutlama yapabilmeleri için öğrencilerin bir iki örnek çözmeleri yeterlidir normuna ulaşılmıştır.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu tez çalışmasının amacı adi diferansiyel denklemlerin öğretildiği bir sınıf ortamının sosyomatematiksel normlarını belirlemektir. Araştırma sonucunda gözlemlenen normlar:

- Adi diferansiyel denklemler dersi <<öğretmen başlatır, öğrenci cevap verir, öğretmen değerlendirir>> yöntemi ile yürütülür.
- Bir veya iki örnek sunmak, matematiksel soyutlama için yeterli olarak kabul edilir.
- Teorem ya da problemlerin genel durumlarından önce özel durumları içeren örnekler incelenmelidir.

olarak belirlenmiştir. İlgili literatürde adi diferansiyel denklemlerin farklı öğretim yöntemleri kullanılarak öğretildiği sınıflarda farklı sosyomatematiksel normlar gözlenmiştir. Örneğin Yackel, Rasmussen ve King birinci mertebeden diferansiyel denklemler için, öğrencilerin düşüncelerini açıkladıkları ve diğer öğrencilerin düşüncelerini anlamaya çalıştıkları sosyal normlara odaklanmışlardır. Bu duruma ek olarak, öğretmenin değişen rolüne dikkat çekerek, öğretmenin sınıfta ciddi bir şekilde sosyal ve sosyomatematiksel normların geliştirilmesine dikkat etmesi durumunda öğrencilerin de farklı matematiksel açıklamalar yapabildiğine vurgu yapmaktadırlar.

Yackel, Rasmussen ve King birinci mertebeden diferansiyel denklemler için, öğrencilerin düşüncelerini açıkladıkları ve diğer öğrencilerin düşüncelerini anlamaya çalıştıkları sosyal normlara odaklanmışlardır. Bu duruma ek olarak, öğretmenin değişen rolüne dikkat çekerek, öğretmenin sınıfta ciddi bir şekilde sosyal ve sosyomatematiksel normların geliştirilmesine dikkat etmesi durumunda öğrencilerin de farklı matematiksel açıklamalar yapabildiğine vurgu yapmaktadırlar.

Güven ve Dede (2016) ise lisans düzeyinde bir pür matematik bir de matematik eğitimi sınıfının sosyomatematiksel normlarını belirlemişler ve bu normların bir karşılaştırmasını yapmışlardır. Pür matematik sınıfında gözlemlenen normlar:

- Matematik gerçek hayat ile ilişkilendirilmelidir.
- Matematiksel soyutlama yapmak için bir veya iki örnek vermek yeterlidir

olarak belirlenmiştir. Buradan görülmektedir ki mevcut çalışmada elde edilen normlar ile ortak ve farklı olan durumlar mevcuttur.

Bu çalışmada üniversite düzeyi bir sınıfta adi diferansiyel denklemler konusu işlenirken tespit edilen sosyomatematiksel normlar araştırılmış ve bunların üzerinde durulmuştur. Literatüre bakıldığında adi diferansiyel denklemler dersiyle ilgili sosyomatematiksel norm araştırılması sınırlı sayıda çalışma yapılmakla birlikte ülkemizde bu alanda hiç çalışma olmadığı görülmektedir. Buna ek olarak bulunan bu üç normun ilk defa ortaya konduğu da söylenebilir.

Bu çalışmada bulunan "***öğretmen başlatır, öğrenci cevap verir, öğretmen değerlendirir***" normu öğrencilerin düz anlatım şeklinde dersi algılayabildiğini göstermektedir. Buna göre eğer dikkat edilmezse, öğrenciler temeldeki matematiksel mantığı anlamadan dersi işleme eğilimi göstermektedir. "***Teorem ya da problemlerin genel durumlarından önce özel durumlarını içeren örnekler incelenmelidir"*** normu dikkat edilmesi gereken başka bir norm olarak bulunmuştur. Bu normların olumlu ya da olumsuz olması öğretmenin bu tür çözümlerle karşılaştığında izlediği tutuma bağlı olabilir (Akyüz, 2014). Öğretmen açıklamaları tek başına yeterli görmemeli bunların altta yatan prensiplerin anlaşılmasını sağlayan sezgi geliştiriciler olduğunu hatırlatmalıdır (Akyüz, 2014). Öğretmenin hangi cevabın kabul edilebilir hangi cevabın kabul edilemez olduğunu sınıf içerisindeki etkileşimde sorgulama yoluyla bu davranışları sık sık hatırlatması önem taşımaktadır. Bu bağlamda, öğretmenin bu çalışmadaki rolü öğrencilerin cevabı verirken doğru stratejiler geliştirmelerinde öğretmenin çok önemli bir rolü olduğunu belirten enstrümental orkestrasyon kavramıyla da ilişkilendirilebilir (Trouche, 2004).

Öğretmene aktif normların bulunabilmesi için nasıl görevler düştüğü sorgulanmaktadır. Öncelikle dikkat edilmesi gereken husus normların öğretmenin öğrencilerden olan taleplerinden farklı olduğunun anlaşılmasıdır (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2009). Normların oluşabilmesi için bunların talep edilmesi ya da öğrencilerin kendi başlarına bırakılarak bunları keşfetmesi yeterli değildir (Tatsis & Koleza, 2008). Yapılan sorgulama yoluyla öğretim sırasında öğrencilerin bulduğu farklı çözümleri aktif olarak tartışmalarında ve bu tartışmaların sonuca varmalarında öğretmenin önemli ölçüde yönlendirici etkisi vardır. Eğer bu yapılmazsa, yani öğrencinin kafasındaki sorular netleştirilmez ise, öğrenciler konuyu tam olarak öğrenememektedirler (Sanchez & Garcia, 2014). Gözlemlenen çalışmalarda benzer normun farklı öğretmenler tarafından farklı norm olarak algılandığı gözlemlenmiştir. Örneğin, farklı iki sınıfta problem çözümlerinin açıklama normu benimsenmiş olmasına rağmen, bir öğretmen öğrencinin çözümleri tekrarlaması üzerine odaklanırken; diğer öğretmenin öğrencilerin önerilen çözümleri birbiri içerisinde bağlamları ve diğer çözümlerle ilişkilendirmesi normuna odaklanmıştır (Lopez & Allel, 2007). Bu da normların açığa çıkmasında öğretmenin aktif olarak yönlendirici etkisinin olduğunu göstermektedir.

Öğretim programları matematik öğrenme ortamını öğrencilerin sorgulama yapabileceği, iletişim kurabilecekleri, eleştirel düşünebilecekleri, fikirlerini rahatça paylaşıp farklı fikirleri sunabilecekleri bir yer olarak tanımlamaktadır (MEB, 2013). Bu ortam ancak ve ancak destekleyen normların açığa çıkması ile mümkündür. Çalışmalar birkaç normların sorgulama tabanlı eğitimde ortak olunabileceğini savunurken bazı normların sınıflara göre değişmesi de göz ardı edilmemelidir. Bu normların tespit edilmesi, paylaşılması ve hangi koşullar altında ortaya çıktığının gösterilmesi sınıflarında benzer bir ortam sağlamak isteyen öğretmen faydalı olacaktır. Bu amaçla bu çalışmada üniversite düzeyi bir sınıfta adi diferansiyel denklemler konusu süresince oluşan normlar tespit edilmiş ve açığa çıkarılmıştır. Bunun yanı sıra ortaya çıkan normların kendiliğinden faydalı olmayabileceği ancak öğretmenin yönlendirici rolü ile faydalı hale gelebileceği tespit edilmiştir (Akyüz, 2014). Bulunan sonuçların diferansiyel denklemler konusunu işleyen öğretmenlere yardımcı olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

Akkuş, M. (2014). *Diferansiyel denklemler öğretimi için harmanlanmış öğrenme yöntemi*. Doktora tezi.

Akyüz, D., (2014). Çember özelliklerini öğretmeyi amaçlayan teknoloji ve sorgulama tabanlı bir sınıfta oluşan sosyomatematiksel normların incelenmesi, *Eğitim ve Bilim, 39*(175), 58-72.

Allen, K. (2006). *Students' participation in a differential equations class: parametric reasoning to understand systems*. Unpublished doctoral dissertation, The Purdue University.

Arslan, S. (2008). Diferansiyel denklemlerin öğretiminde farklı yaklaşımlar ve nitel yaklaşımın gerekliliği. *Milli Eğitim Dergisi*, 179, 153-163.

Arslan, S. (2010a). Traditional Instruction of Differential Equations and Conceptual Learning. *Teaching MathematicsandIts Applications*, 29, 94-107.

Arslan, S. (2010b). Do students really understand what an ordinary differential equations is?.*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 41(7): 873-888.

Aydın, A., (2019). Adi diferansiyel denklemler öğretimindeki yaklaşımlar ve öğretim elemanı görüşleri, Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi.

Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 11*, 23–41.

Bishop, A. (1985). The social construction of meaning: A significant development for mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, *5*(1), 24–28.

Bowers, J., Cobb, P., & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction*, *17*(1), 25–66.

Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, *1*(1), 5–43.

Cobb, P., & McClain, K. (2001). An approach for supporting teachers' learning in a social context. In F. L. Li & T. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 207–231).

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while engaged in mathematical problem solving. In D. B. Mc- Leod & V. A. Adams (Eds.), *Affect and mathe- matical problem solving: A new perspective* (pp. 117–148). New York: Springer.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996a). Constructivist, emergent and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, *31*(3–4), 175–190.

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Cobb, P., & Yackel, E. (1996b). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458–477.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *Journal of the Learning Sciences*, *10*, 113–164.

Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner, & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition, social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 151–233). Mahwah, NJ: Law- rence Erlbaum Associates.

Cobb, P., & Whitenack, J. (1996). A method for conducting longitudinal analyses of classroom video recordings and transcripts. *Educational Studies in Mathematics,* 30, 213–228.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal*, *29*(3), 573–604.

Cobb, P. (2011). Radical constructivism: Introduction. In E. Yackel, K. P. E. Gravemeijer, & A. Sfard (Eds.), *A journey in mathematics edu- cation research: Insights from the work of Paul Cobb* (pp. 9–17). Dordrecht: Springer.

Güven, N. D., & Dede, Y. (2017). Examining social and sociomathematical norms in different classroom microcultures: Mathematics teacher education perspective. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17, 265–292.

Homans, G. C. (1951). *The human group*. London, UK: Routledge & Kegan. 290

Hubbaard, J. H. & West, B. H. (1991). *Differential equations: A dynamical systems approach Part 1*.Springer-Verlag, New York.

Jegdic, K. (2011). Teaching Partial Differential Equations Using Technology. *Proceedings of the 23rd International Conference on Technology in Collegiate Mathematics (ICTCM),* Denver, CO

Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modem times.* Oxford University Press, New York.

Kwon, O. N. (2002). Conceptualizing the realistic mathematics education approach in the teaching and learning of ordinary differential equations. Prceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics, Crete, Greece.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, *27*(1), 29–63.

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2009). Students' perceived sociomathematical norms: The missing paradigm. *The Journal of Mathematical Behavior, 28*, 171–187.

Lopez, L. M., & Allal, L. (2007). Sociomathematical norms and the regulation of problem solving in classroom microcultures. *International Journal of Educational Research, 46*(5), 252–265.

M.E.B. (2013). *İlköğretim matematik dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı.*

Maat, S. M. & Zakaria, E. (2011).Exploring students Understanding of Ordinary Differential Equations using Computer Algebraic System (CAS). *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 10: 123-128.

Merriam, S. B. (2013). Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber (3. Baskıdan Çeviri, Çeviri Editörü: S. Turan). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Mısır, A. (2016).*Diferensiyel Denklemler*. Gazi Kitabevi, Ankara.

O'Conner, J. J. & Robertson, E. F. (2003). *The Mac Tutor History of Mathematics archive.* htpp://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/index.html adresinden ulaşılmıştır.

Partanen, A. M., & Kaasıla, R. (2015). Sociomathematical norms negotiated in the discussions of two small groups investigating calculus. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13*(4), 927–946.

Rasmussen, C. L. (1997). *Qualitative and numerical methods for analyzing differential equations: A case study of students' understandings and difficulties.* Unpublished doctoral dissertation, University of Maryland.

Rasmussen, C.,&Kwon, O. N. (2007). An inquiry-oriented approach oundergraduate mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(3), 189–194.

Salem, A. & Abudiab, M. A. (2006). Teaching Differantial Equations for Engineering Students: An Interactive Approach. *ASEE-GSW Conference*, Baton Rouge, LA.

Sánchez, V., & García, M. (2014). Sociomathematical and mathematical norms related to definition in pre-service primary teachers' discourse. *Educational Studies in Mathematics*, *85*, 305–320.

Sekiguchi, Y. (2005). Development of mathematical norms in an eighth-grade Japanese classroom. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4,* 153–160.

Sevimli, E. (2016). Diferansiyel denklemlerin öğretiminde yaşanan zorluklar ve alternatif öğretim yaklaşımları. *Sakarya University Journal of Education*, 6/2: 154-171.

Sezer, M. & Daşcıoğlu A. (2014). *Diferansiyel Denklemler 1 Teori ve Problem Çözümleri.* Dora Yayınları, Bursa.

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Slavit, D., Cooper, K. & LoFaro, T. (2002). Understanding of solution to differential equations through contex, web-based simulations and student discussion. *School Science and mathematics, ProQuest Educ. J.*, 380-390.

Tatsis, K., & Koleza, E. (2008). Social and socio-mathematical norms in collaborative problem-solving. European Journal of Teacher Education, 31(1), 89-100.

Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9, 281–307.

Uçar, Z. T. (2016). *Sosyomatematiksel normlar. Matematik Eğitimde Teoeriler,* Pegem Akademi, Ankara, Türkiye, 606-627.

Upton, S. D. (2004).*Students' solution strategies to differential equations problems in mathematical and nonmathematical contexts.* Unpbulished doctoral dissertation, The Arizona State University.

Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 163–202). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Wood, T., Cobb, P., & Yackel, E. (1988). *The influ- ence of change in teacher's beliefs about mathe- matics instruction on reading instruction*. Paper presented at the annual meeting of the Amer- ican Educational Research Association, New Orleans, USA.

Yackel, E., Rasmussen, C., & King, K. (2000). Social and sociomathematical norms in an advanced undergraduate mathematics course. *Journal of Mathematical Behavior, 19,* 275–287.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathemati- cal norms, argumentations and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathe- matics Education, 27*, 458-477.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

EKLER

Ek 1: Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Diferansiyel Denklemler I - II Konu İçeriği

DİFERANSİYEL DENKLEMLER I KONU İÇERİĞİ

Hafta	Konular
1. Hafta	Diferansiyel denklemlerin tanımı ve sınıflandırılması
2. Hafta	Başlangıç ve sınır değer problemleri, Birinci mertebeden denklemler için varlık ve teklik teoremleri,
3. Hafta	Birinci mertebeden ve birinci dereceden diferansiyel denklemler.
4. Hafta	Değişkenlere ayrılabilen diferansiyel denklemler,Tam Diferansiyel denklemler.
5. Hafta	İntegral Çarpanı. Birinci mertebeden lineer diferansiyel denklemler
6. Hafta	Genel değişken değiştirmeler, Homojen diferansiyel denklemleri
7. Hafta	Bernoulli Diferansiyel Denklemleri, Riccati Diferansiyel denklemler
8. Hafta	Ara sınav
9. Hafta	Birinci mertebeden yüksek dereceli denklemler, Türeve göre çözülebilen diferansiyel denklemler
10. Hafta	Aykırı Çözüm, p-diskriminantı, Zarf, C-diskriminantı
11. Hafta	Türetme yöntemi, y ye göre çözülebilen Diferansiyel denklemler,x e göre çözülebilen diferansiyel denklemler
12. Hafta	Clairaut Diferansiyel denklemi, Lagrange Diferansiyel denklemi
13. Hafta	n. mertebeden lineer diferansiyel denklemler teorisi. Tanım ve temel kavramlar, Diferansiyel Operatör.
14. Hafta	n. mertebeden lineer diferansiyel denklemlerin çözümleri ile ilgili

DİFERANSİYEL DENKLEMLER II KONU İÇERİĞİ

Hafta	Konular
1. Hafta	Dersin ve kaynakların tanıtılması
2. Hafta	Yüksek mertebeden lineer adi diferansiyel denklemler(temel tanım ve teoremler)
3. Hafta	Sabit katsayılı homojen lineer adi diferansiyel denklemler: türev operatörü, çözüm yöntemi
4. Hafta	Sabit katsayılı homojen lineer adi diferansiyel denklemler: türev operatörü, çözüm yöntemi
5. Hafta	Sabit katsayılı homojen olmayan diferansiyel denklemler: belirsiz katsayılar yöntemi
6. Hafta	Sabit katsayılı homojen olmayan diferansiyel denklemler: ters operator yöntemi
7. Hafta	Arasınav
8. Hafta	Sabit katsayılı homojen olmayan diferansiyel denklemler: parametrelerin değişimi yöntemi
9. Hafta	Sabit katsayılı homojen olmayan diferansiyel denklemler: genel tekrar
10. Hafta	Yüksek mertebeden değişken katsayılı lineer diferansiyel denklemler: mertebe düşürme yöntemi
11. Hafta	Yüksek mertebeden değişken katsayılı lineer diferansiyel denklemler: parametrelerin değişimi
12. Hafta	Sabit katsayılı hale dönüştürülebilen denklemler
13. Hafta	Bazı pratik ve özel yöntemler
14. Hafta	Genel tekrar

Ek 2: BİLECİK ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ 1. SINIF VE 2. SINIF MATEMATİK BÖLÜM DERSLERİ

MATEMATİK BÖLÜMÜ 1. SINIF DERSLERİ

MAT105	Soyut Matematik I
MAT101	Analiz I
FIZ101	Fizik I
ATA101	Atatürk İlkeleri ve İnkılap Tarihi I
ENG101	İngilizce I
TRK101	Türk Dili I
MAT103	Lineer Cebir I

TRK102	Türk Dili II
MAT104	Lineer Cebir II
MAT102	Analiz II
FIZ102	Fizik II
MAT106	Soyut Matematik II
ENG102	İngilizce II
ATA102	Atatürk İlkeleri ve İnkılap Tarihi II

MATEMATİK BÖLÜMÜ 2. SINIF DERSLERİ

MAT213	**Cebir I**
MAT205	**Analitik Geometri I**
MAT201	**Analiz III**
MAT211	**Diferansiyel Denklemler I**
MAT209	**Bilgisayar Programlama I**
MAT215	**Fraktal**

MAT202	Analiz IV
MAT206	Analitik Geometri II
MAT214	Cebir II
MAT212	Diferansiyel Denklemler II
MAT210	Bilgisayar Programlama II
MAT216	Matematik Öğretim Yöntemleri
MAT218	Metrik Uzaylar

Ek 3: Gözlem Formu

Gözlem Kapak Sayfası

Gözlem Yapılan Kurum:

Eğitmen:

Gözlem yapılan eğitmenin unvanı:

Gözlemci:

Gözlem Tarihi:

Ders Başlangıç Saati :

Ders Bitiş Saati:

Gözlem Yapılan Sınıf Türü (Sınıf ; Lab. ; Tartışma) :

	Kadın	**Erkek**
# ders başladığında sınıfta bulunan öğrenci sayısı		
Geç gelen öğrenciler		

Yukarıda bulunan tabloya eklemek istediğiniz notlar (moral, psikolojik durumları, duygusal iklim, dikkat dağıtan etmenler …)

Sınıf: **Tarih:** **Gözlem Yapılan Öğretmen:**

Kurum: **Gözlemci:**

Gözlem Aktivite Sayfası

Her beş dakikalık aralık için, ortaya çıkan tüm etkinlikleri kodlayın. Aynı kodu bir kereden fazla aynı 5 dakikalık kutuya yazmayın.

Süre	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
Aktiviteler:												
Süre	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90	90-95	95-100	100-105	105-110	110-115	115-120
Aktiviteler:												

D--Öğretmen dersi / materyali öğrenciden talep gelmeksizin anlatır / sunar. Dersin anlatımı çözülecek bir problemin kurulmasını içerir. Ayrıca öğrenci katılımı olmadan tahtada bir problem çözmeyi de içerir.

IRE--IRE-style lecture.--"Boşluk doldurma" benzeri sorularla öğrencilerle etkileşim içinde olunur. Öğrencilerin katkısı, genel bir kelime veya Öğretmenin düşüncesine uygun kısa sözcük öbekleridir. Öğrenciden birşeyler açıklaması istenmez.

D_S--Sorularla ders anlatımı—Öğrenciler soru sorar ve öğretmenin sorularını tam cümleler ile yanıtlar. Bununla birlikte, içerik hala öğretmen tarafından oluşturulmaktadır..

Ders sırasında tıklama(clicker) ile geri bildirim sürekli olarak aranır.

ÇY-- Problemleri çözmek için farklı çözüm yolu aranır.yorumlar görüldüğünde alternatifler sorgulanır.

Ö-- Bir veya iki örnek verip matematiksel soyutlama yapılır

GY-- Matematik günlük yaşamla ilişkilendirilir.

M—Matematiği yaparken gerekçelendirme, inceleme ve düşünme önemlidir

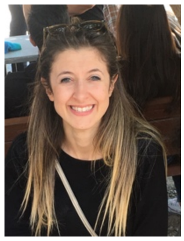
G—3'er veya daha fazla kişi grubu halinde örnek üzerinde çalışmalar yapması.

I—Birkaç dakika bireysel olarak soru veya çözüm üzerinde çalışmalar yapması.

A—Örnek üzerinde değerlendirme yapılması.

T—Öğretmen veya öğrencinin teknoloji, örneğin hesap makinesi, bilgisayardan çalışma kağıdı, projeksiyon… kullanılması.

ÖZGEÇMİŞ.



Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Nesrin KUDUBAN

Doğum Yeri ve Tarihi : Trabzon; 03.11.1989

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi : Rize Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

Bilimsel Faaliyetleri : Türk Kadın Matematikçiler Derneği Çalıştayı

İş Deneyimi

Stajlar : Rize Anadolu Öğretmen Lisesi

Çalıştığı Kurumlar : Özel Bursa Maraton Dershanesi (2012-2013)

Özel Bursa Çekirge Dershanesi (2014-2015)

Özel Bursa Büyük Temel Lisesi (2015-2017)

Özel Bursa Büyük Koleji Anadolu Lisesi (2017- …)

İletişim

Adres : Hüdavendigar mah. Hakikat sok. No:7 D/1 Varlık apt. Osmangazi / BURSA

E-Posta Adresi : nesrinkuduban@gmail.com

Akademik Çalışmaları

- Diferansiyel Denklemler Sınıfı Mikrokültüründeki Sosyomatematiksel Normların İncelenmesi- Yüksek Lisans Tezi- 2019…………

Tarih: 09 / 08 / 2019